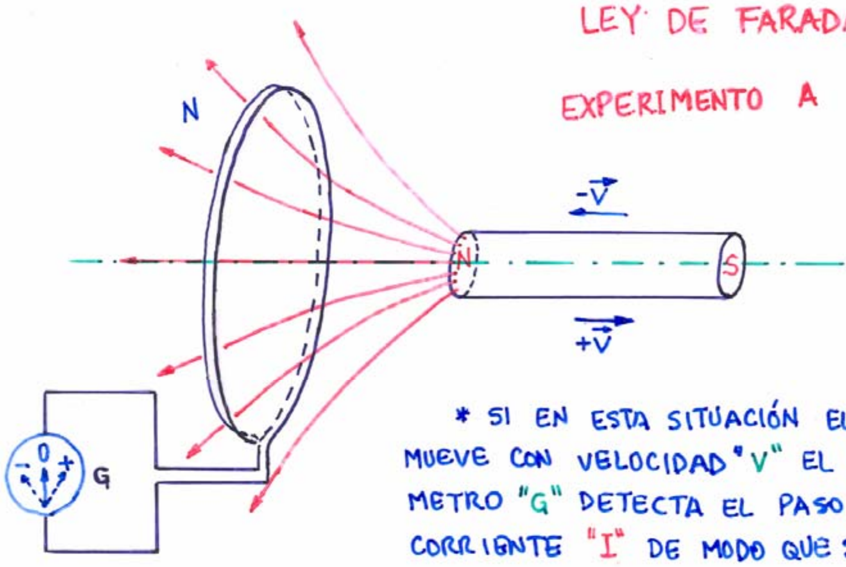
1.- Fenomenología

a)

LEY DE FARADAY - HENRY

EXPERIMENTO A



* SI EN ESTA SITUACIÓN EL IMÁN SE MUEVE CON VELOCIDAD "V" EL GALVANOMETRO "G" DETECTA EL PASO DE UNA CORRIENTE "I" DE MODO QUE:

1.- $I \neq 0$ MIENTRAS SE ESTE ACERCANDO EL IMÁN A LA BOBINA (IMÁN EN MOVIMIENTO DE APROXIMACIÓN) "$-\vec{V}$"

2.- $I = 0$ SI EL IMÁN SE DETIENE

3.- $I \neq 0$ PERO DE SENTIDO CONTRARIO QUE EN 1.- SI EL IMÁN SE MUEVE ALEJÁNDOSE "$+\vec{V}$"

4.- SI APROXIMAMOS EL IMÁN POR EL POLO OPUESTO (S), LOS FENÓMENOS SON IDÉNTICOS SALVO QUE LOS SENTIDOS DE LAS CORRIENTES SE INVIERTEN

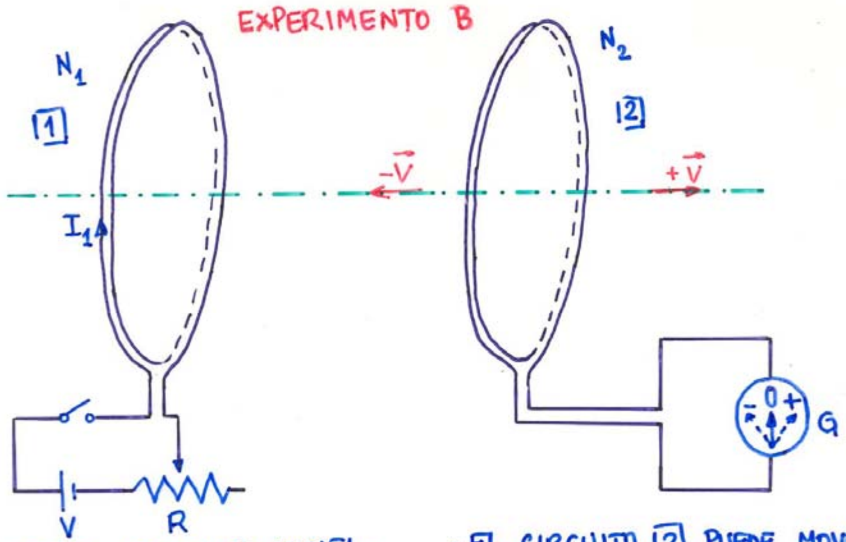
5.- TODO SUCEDE IGUAL SI EL IMÁN ESTÁ QUIETO Y ES LA BOBINA LA QUE SE DESPLAZA.

CONCLUSIÓN: LA CAUSA DE LOS FENÓMENOS (APARICIÓN DE UNAS CORRIENTES) DEPENDE DEL MOVIMIENTO RELATIVO ENTRE LA BOBINA Y EL IMÁN; O LO QUE ES EQUIVALENTE VARIA EL Nº DE LINEAS DE CAMPO MAGNÉTICO QUE ATRAVIESAN LA SUPERFICIE DE LA BOBINA $\Rightarrow$ EXISTE UNA VARIACION DEL FLUJO MAGNÉTICO CON EL TIEMPO.

$$d\phi_M = \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

$$\frac{d\phi_M}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

b)



• I_1 PUEDE VARIARSE, MODIFICANDO EL VALOR DE LA 'R'

• EL CIRCUITO $\boxed{2}$ PUEDE MOVERSE CON VELOCIDAD "V" RESPECTO AL $\boxed{1}$.

• "G" DETECTA CORRIENTE DEL $\boxed{2}$

EN ESTAS CIRCUNSTANCIAS SE OBSERVA QUE:

1.- SI $I_1 = cte$ y $|\vec{V}| \neq 0$, SE GENERA EN $\boxed{2}$ UNA CORRIENTE I_2 QUE SE DETECTA CON 'G', DE TAL MODO QUE EL SENTIDO DE I_2 ES DISTINTO DEPENDIENDO SI $\boxed{2}$ SE ACERCA O SE ALEJA.

2.- SI $|\vec{V}| = 0$ ($\nexists$ VARIACIÓN RELATIVA ENTRE $\boxed{1}$ Y $\boxed{2}$) Y VARIAMOS I_1 MEDIANTE R, "G" DETECTA EL PASO DE UNA CORRIENTE I_2 QUE TIENE DISTINTO SENTIDO DEPENDIENDO SI I_1 CRECE O DECRECE.

3.- CUANTO MAYOR SEA $|V|$ O MÁS RÁPIDA LA VARIACIÓN DE I_1, MAYOR ES EL VALOR DE I_2.

4.- SI $I_1 = cte$ y $|V| = 0$, "G" NO DETECTA CORRIENTE $\Rightarrow I_2 = 0$

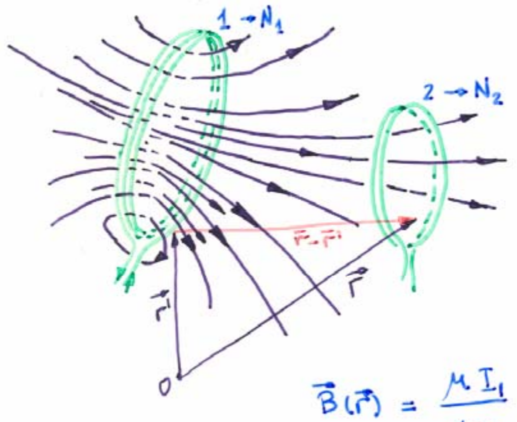
CONCLUSIÓN: SE OBSERVA LA CORRIENTE I_2, MIENTRAS EXISTA VARIACIÓN CON EL TIEMPO DEL FLUJO A TRAVÉS DE $\boxed{2}$ DEL CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR EL CIRCUITO $\boxed{1}$.

"$\frac{d\Phi_M}{dt}$"

A LA CORRIENTE QUE SE GENERA EN $\boxed{2}$ SE LA DENOMINA "CORRIENTE INDUCIDA"

2.- Coeficientes de inducción

COEFICIENTES DE INDUCCIÓN



* SEAN 2 BOBINAS DE N_1 Y N_2 ESPIRAS RESPECTIVAMENTE, FIJAS EN EL ESPACIO.

* HAGAMOS CIRCULAR UNA CORRIENTE I_1 POR LA BOBINA 1 $\Rightarrow \vec{B}(\vec{r})$

$$I_1 \longrightarrow \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu I_1}{4\pi} \int_{C_1} \frac{\vec{dl} \times (\vec{r}-\vec{r}')}{|r-r'|^3}$$

PRIMERO

* ESTE CAMPO $\vec{B}$, REPRESENTADO POR SUS LÍNEAS DE CAMPO, CORTARÁN EL PLANO FORMADO POR CADA UNA DE LAS ESPIRAS DE LA BOBINA 2 $\Rightarrow$ CADA ESPIRA DE LA BOBINA 2 SOPORTARÁ UN FLUJO MAGNÉTICO DEBIDO AL CAMPO MAGNÉTICO CREADO POR BOBINA 1 $\Rightarrow$ CADA ESPIRA SOPORTARÁ UN FLUJO φ_{21}

$$\varphi_{21} = \int_S \vec{B}\cdot\vec{dS} = f \begin{cases} \cdot \text{ GEOMETRIA DE LAS BOBINAS} \\ \cdot \text{ POSICIONES RELATIVAS ENTRE ELLAS} \\ \cdot \text{ MEDIOS QUE RODEAN LAS BOBINAS} \\ \cdot \text{ INTENSIDAD DE BOBINA 1} \end{cases}$$

FIJO, UNA VEZ CONSTRUIDO EL SISTEMA. $\equiv K = cte$

$$\varphi_{21} = K I_1$$

* SI LA BOBINA 2 OCUPA UNA PEQUEÑA REGIÓN DEL ESPACIO Y LAS ESPIRAS ESTÁN MUY JUNTAS $\Rightarrow$ TODAS LAS ESPIRAS SOPORTAN EL MISMO FLUJO φ_{21} $\Rightarrow$ FLUJO TOTAL A TRAVÉS DE LA BOBINA 2 SERÁ ϕ_{21}

$$\phi_{21} = N_2 \varphi_{21} = \underbrace{N_2 K}_{} I_1 = M I_1$$

$\uparrow$ COEFICIENTE DE INDUCCIÓN MÚTUA

$$M = \frac{\phi_{21}}{I_1}$$

ϕ_{21} ← FLUJO EN BOBINA '2' DEBIDO A LA BOBINA '1' (SU $\vec{B}$)

I_1 ← CORRIENTE EN BOBINA CREADORA DE CAMPO $\vec{B}$ ('1')

UNIDAD $[M] = \dfrac{T\,m^2}{A} = \dfrac{N\,m^2}{C\,m\,s^{-1}\,A} = \dfrac{Kg\,\cancel{m}\,s^{-2}\,m^2}{A^2\,\cancel{m}} = \dfrac{Kg\,m^2}{A^2 s^2} = \text{HENRIO}(H)$

REPRESENTACIÓN 

$*$ Si $I_1 = I_1(t) \Rightarrow \phi_{21} = \phi_{21}(t) \Rightarrow$ f.e.m $\boxed{\varepsilon_2 = -\dfrac{d\phi_{21}}{dt} = -M\dfrac{dI_1}{dt}}$

$*$ DIREMOS QUE ENTRE 2 CIRCUITOS HAY UNA INDUCCIÓN MUTUA DE 1H CUANDO AL VARIAR EN UNO DE ELLOS LA CORRIENTE A RAZÓN DE 1A/s LINEALMENTE SE INDUCE EN EL OTRO UNA f.e.m. DE 1V.

SEGUNDO

$*$ DE IGUAL MODO, LAS LÍNEAS DE $\vec{B}$ CORTAN A LA SUPERFICIE PLANA DE CADA UNA DE LAS ESPIRAS DE LA PROPIA BOBINA CREADORA DE CAMPO $\Rightarrow$ SOPORTA SU PROPIO FLUJO (FLUJO PROPIO), Y CON IDÉNTICO RAZONAMIENTO $\Rightarrow$

$\phi = \phi_{PROPIO} = \phi_{11} \propto I_1 \equiv I \Rightarrow \phi = L\,I$

COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN

UNIDAD $\equiv$ HENRIO $\quad L = \dfrac{\phi}{I}$

REPRESENTACIÓN  $L = f$ (GEOMETRÍA Y MEDIO)

$*$ Si $I = I(t) \Rightarrow \phi = \phi(t) \Rightarrow \boxed{\varepsilon_L = -\dfrac{d\phi}{dt} = -L\dfrac{dI}{dt}}$

Si $I = cte \Rightarrow \varepsilon = 0$

Si $I = I(t) \Rightarrow \varepsilon \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Si } I\uparrow \text{ con } t \Rightarrow \varepsilon / I_{ind} \text{ de SENTIDO CONTRARIO a } I \\ \text{Si } I\downarrow \text{ con } t \Rightarrow \varepsilon / I_{ind} \text{ de IGUAL SENTIDO a } I \end{cases}$

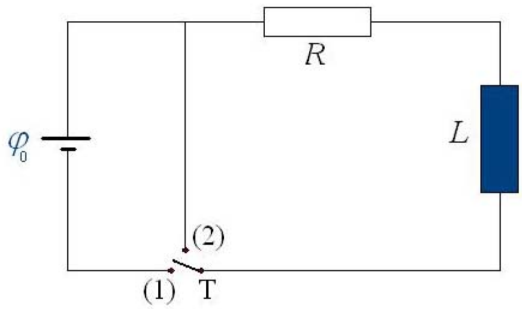
$*$ ESTAS AUTOINDUCCIONES SON EQUIVALENTES A LAS MASAS DE LOS SISTEMAS MECÁNICOS (INERCIAS ELECTROMAGNÉTICAS), QUE SE OPONEN A LOS CAMBIOS DE CORRIENTES EN LOS CIRCUITOS (TIENDEN A MANTENER LA SITUACIÓN ESTABLECIDA).

3.- Extracorrientes de cierre y apertura: transitorios.

A) CIERRE

Sea un circuito serie $R - L$ como se muestra en la figura.

¿Qué sucede al hacer la conexión T – (1) en el instante $t = 0$?



Aparece una corriente en el circuito que tiene la oposición, a su establecimiento, de la bobina y que irá aumentando con el tiempo hasta alcanzar la corriente de estado estacionario $I_0=\varphi_0/R$.

En un instante cualquiera t la corriente será $i(t)$ y la f.e.m. en la bobina será $\varepsilon_i = -L\dfrac{di}{dt}$ y aplicando la ley de Kirchoff a la malla tendremos que:

$$\varphi_0 + \varepsilon_i = Ri \Rightarrow \varphi_0 - L\frac{di}{dt} = Ri \Rightarrow \varphi_0 = L\frac{di}{dt} + Ri \quad [0]$$

$$\varphi_0 + \varepsilon_i = Ri \Rightarrow \varphi_0 - L\frac{di}{dt} = Ri \Rightarrow \frac{\varphi_0}{R} - \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = i$$

$$I_0 - i = \frac{L}{R}\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{I_0 - i} = \frac{R}{L}dt \overset{\text{integrando}}{\Rightarrow} -Ln(I_0 - i) = \frac{R}{L}t + k \quad [1]$$

En el instante inicial $t = 0$ la corriente es nula $i = 0$ por lo que

$$-Ln(I_0) = k \overset{\text{De [1]}}{\Rightarrow} -Ln(I_0 - i) = \frac{R}{L}t - Ln(I_0) \Rightarrow Ln\left(1 - \frac{i}{I_0}\right) = -\frac{R}{L}t \quad [2]$$

De [2] $$1 - \frac{i}{I_0} = e^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow i = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \Rightarrow i = I_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Donde $\tau = L/R$ se denomina constante de tiempo del circuito.

Se llama extracorriente de cierre a la diferencia entre la corriente y la corriente de estado estacionario, así:

$$\boxed{I_c = -I_0 e^{-t/\tau}}$$

De [0] y multiplicando la ecuación por $i \cdot dt$ tenemos el siguiente balance energético:

$$\boxed{\varphi_0 i\,dt = Li\,di + Ri^2 dt \Rightarrow \overset{(T1)}{\varphi_0 i\,dt} = \overset{(T2)}{d\left(\frac{1}{2}Li^2\right)} + \overset{(T3)}{Ri^2 dt}}$$

De estos términos el más identificable es $T3$ que representa las pérdidas energéticas por efecto Joule que se producen en la resistencia en el intervalo de tiempo dt, mientras la corriente cambia de i a $i + di$, los otros dos son, a partir de este evidentes, $T1$ no es más que la energía entregada por la batería al circuito en el mismo intervalo de tiempo y $T2$ representa la energía almacenada en la bobina, asociada al campo magnético, en el mismo intervalo temporal.

De todo ello se desprende que la energía magnética, asociada al campo magnético creado por la bobina, en el estado final es:

$$U_{ML} = \int_0^{I_0} d\left(\frac{1}{2} L\, i^2\right) = \frac{1}{2} L\, I_0^2 .$$

Todo esto nos dice que la energía magnética asociada a una autoinducción recorrida por una corriente I viene dada por

$$\boxed{U_M = \frac{1}{2} L\, I^2}$$

B) APERTURA

El estudio de la apertura es muy complicado pues no está definida la resistencia de un circuito cerrado por un arco eléctrico; para hacer un análisis cuantitativo del sistema vamos a suponer que hacemos la conexión T – (2) en el instante $t = t_2 >> 5\ \tau$, en un tiempo nulo o al menos mucho menor que la constante de tiempo del circuito. En estas circunstancias y aplicando la ley de mallas de Kirchoff tenemos:

$$\varepsilon_i = R\, i \Rightarrow -L \frac{d\, i}{d\, t} = R\, i \quad [3]$$

$$\frac{d\, i}{i} = -\frac{R}{L} d\, t \overset{\text{integrando}}{\Rightarrow} Ln(i) = -\frac{R}{L} t + C \quad [3']$$

Como en el instante $t = t_2$ la corriente en el circuito es I_0 de [3'] podemos determinar la constante de integración, a saber,

$$Ln(I_0) = -\frac{R}{L} t_2 + C \Rightarrow C = Ln(I_0) + \frac{R}{L} t_2$$

De [3] $Ln(i) = -\frac{R}{L} t + Ln(I_0) + \frac{R}{L} t_2 \Rightarrow i = I_0\, e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)} \Rightarrow i = I_0\, e^{-(t-t_2)/\tau}$

A este valor de la corriente se le llama extracorriente de apertura

$$\boxed{i_A = I_0\, e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)} \Rightarrow i_A = I_0\, e^{-(t-t_2)/\tau}}$$

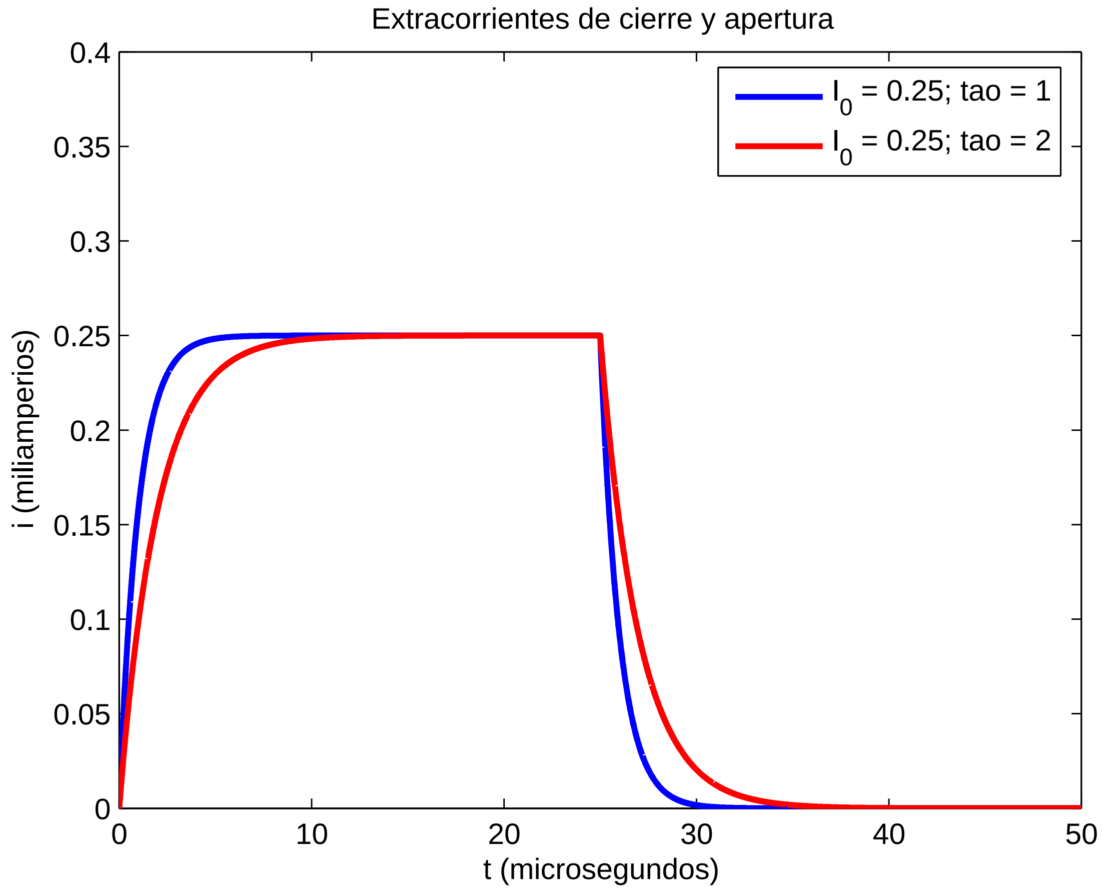
De [3] y multiplicando por $i \cdot dt$ tenemos el siguiente balance energético:

$$-L \frac{d\, i}{d\, t} = R\, i \Rightarrow -L\, i\, di = R\, i^2 d\, t \Rightarrow \overset{T4}{-d\left(\frac{1}{2} L\, i^2\right)} = \overset{T5}{R\, i^2 d\, t}$$

donde $T5$, nuevamente, representa la energía disipada por efecto Joule en la resistencia que proviene de la energía almacenada en el campo magnético asociado a la bobina, y que está representado por el término $T4$.

$$\int_{t_2}^{\infty} R\, i^2 dt = -\int_{I_0}^{0} d\left(\frac{1}{2} L\, i^2\right) = \frac{1}{2} L\, I_0^2$$

En la siguiente figura se muestran los valores de la corriente para dos casos en los cuales la corriente de estado estacionario es I_0 = 0.25 mA en ambos, pero los circuitos presentan constantes de tiempo τ_1 = 1 µs (en azul) y τ_2 = 2 µs (en rojo).


Extracorrientes de cierre y apertura
I_0 = 0.25; tao = 1
I_0 = 0.25; tao = 2
i (miliamperios)
t (microsegundos)
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4
10
20
30
40
50

4.- Ecuaciones de Maxwell

ECUACIONES DE MAXWELL

Forma General 1.-

Diferencial

1ª $\nabla\cdot\vec{D} = \rho$

2ª $\nabla\cdot\vec{B} = 0$

3ª $\nabla\times\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$

4ª $\nabla\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

Integral

$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_V \rho\, dv = q_{libre}$

$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$

$\oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\, d\vec{s}$

$\oint_C \vec{H}\, d\vec{l} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{s}$

ρ: Medida de la densidad de carga libre en medio macroscópico
$\vec{J}$: Medida de la densidad de corriente libre en medio " .

Forma General 2.-

1ª Ley de Gauss para $\vec{E}$: $\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon$ — $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon}\int_V \rho\, dv$

2ª Ley de Gauss " $\vec{B}$: $\nabla\cdot\vec{B} = 0$ — $\oint_S \vec{B}\, d\vec{s} = 0$

3ª Ley de Faraday-H: $\nabla\times\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$ — $\oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \vec{B}\, d\vec{s}$

4ª Ley de Ampère-Maxwell: $\nabla\times\vec{B} = \mu\left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)$ — $\oint_C \vec{B}\, d\vec{l} = \mu\int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{s}$

Casos Particulares (Forma Diferencial)

① **Caso Estático**
(sin movimiento)
($\nexists$ CORRIENTES)

$\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon$
$\nabla\cdot\vec{B} = 0$
$\nabla\times\vec{E} = 0$
$\nabla\times\vec{B} = 0$

② **Caso estacionario**
(flujo establecido)

$\nabla\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon$
$\nabla\cdot\vec{B} = 0$
$\nabla\times\vec{E} = 0$
$\nabla\times\vec{B} = \mu\vec{J}$

③ **Espacio libre**
($\rho = 0$, $\vec{J} = 0$).

$\nabla\cdot\vec{E} = 0$
$\nabla\cdot\vec{B} = 0$
$\nabla\times\vec{E} + \partial\vec{B}/\partial t = 0$
$\nabla\times\vec{B} = \mu_0\,\partial\vec{D}/\partial t$

ε: Permitividad del medio (escalar o tensor)
μ: Permeabilidad del medio (escalar o tensor).

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \qquad \vec{B} = \mu\vec{H}$$
$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H})$$

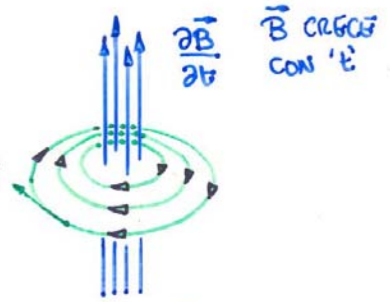
← ECUACIONES CONSTITUTIVAS

$$\nabla\times\vec{B} = \mu_0\left[\vec{J} + \partial\vec{D}/\partial t + \nabla\times\vec{M}\right]$$

$\vec{J}$: debida a corrientes libres
$\partial\vec{D}/\partial t$: corrientes de desplazamiento
$\nabla\times\vec{M}$: corrientes equivalentes de magnetización.

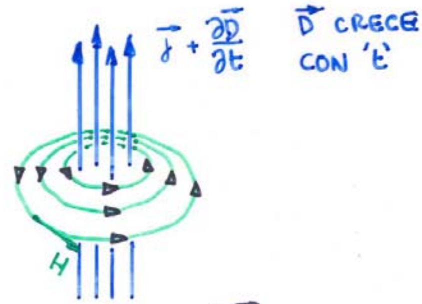
5.- Tornillos levógiros y dextrógiros

EN ESPACIO LIBRE



$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

* TORNILLO LEVÓGIRO



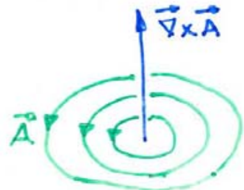
$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

* TORNILLO DEXTRÓGIRO

* DE (1) o (2) SE DEDUCE QUE $\vec{B}$ y $\vec{E}$ SON, EN CADA PUNTO, PERPENDICULARES.

* COMO LOS CAMPOS ELÉCTRICOS DE INDUCCIÓN SON "NO CONSERVATIVOS" ⟹ LAS LINEAS DE $\vec{E}_i$ SERÁN CERRADAS, PARA QUE LA CIRCULACIÓN $\oint$ SEA $\neq 0$

* PARA AVERIGUAR EL SENTIDO DE $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ EN CADA PUNTO SE USA LA REGLA NEMOTÉCNICA DE LA MANO DERECHA, DONDE SI LOS DEDOS DE LA PALMA CERRÁNDOSE MARCAN EL SENTIDO DE $\vec{A}$, EL PULGAR INDICA SENTIDO DE $\vec{\nabla} \times \vec{A}$



6.- Simetrías y analogías