

## TEMA 6 FILTROS DE ALTO ORDEN

### 6.1 Introducción

Después de estudiar cómo realizar funciones de transferencia de segundo orden tratamos ahora de revisar métodos de diseño para la realización de funciones de transferencia de orden mayor que 2:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (6.1)$$

donde  $n \geq m$  y  $n > 2$ .

Supondremos que  $n$  y  $m$  son pares de forma que numerador y denominador se puedan factorizar en funciones de transferencia de segundo orden. Esto no supone ninguna pérdida de generalidad porque una función impar se puede factorizar en el producto de una función par y una función de primer orden que se puede realizar fácilmente mediante una red pasiva.

La forma básica de realizar una función de alto orden es la forma directa, es decir, la utilización de uno o dos A.O. con una red pasiva de muy alto orden. Esto suele conducir a malos comportamientos en sensi-

bilidad. Además se necesita normalmente un número de componentes pasivos muy grande.

En este Capítulo veremos tres métodos de realización: *cascada*, *realimentación de lazo múltiple* y *simulación de escaleras LC doblemente terminadas*.

### 6.2 Simulación de estructuras escalera LC

Las escaleras LC se ha visto que son circuitos de muy baja sensibilidad en la banda pasante. Por tanto, se ha realizado un esfuerzo importante para desarrollar circuitos activos que de alguna forma simulan el comportamiento de las escaleras LC. Vamos a ver dos técnicas diferenciadas: *simulación operacional* en la que el circuito activo trata de imitar el comportamiento de la escalera LC mediante la simulación de las ecuaciones que describen su comportamiento interno; y *simulación de inductores*, que trata de sustituir cada inductor por un circuito activo cuyo comportamiento es inductivo en el rango de frecuencias de interés.

#### 6.2.1 Simulación de escaleras LC mediante grafos de flujo de señal

La simulación operacional de los inductores trata de simular la operación de una escalera LC mediante la representación de las ecuaciones que describen el comportamiento del circuito. Consideremos la escalera genérica de la Fig. 6.1. Las ecuaciones que describen su comportamiento (Leyes de Kirchoff y ecuaciones constitutivas) son:

$$\begin{aligned}
 & \dots \\
 I_{n-2} &= I_{n-3} - I_{n-1} & V_{n-2} &= Z_{n-2} I_{n-2} = Z_{n-2}(I_{n-3} - I_{n-1}) \\
 V_{n-1} &= V_{n-2} - V_n & I_{n-1} &= Y_{n-1} V_{n-1} = Y_{n-1}(V_{n-2} - V_n) \\
 I_n &= I_{n-1} - I_{n+1} & V_n &= Z_n I_n = Z_n(I_{n-1} - I_{n+1}) \\
 V_{n+1} &= V_n - V_{n+2} & I_{n+1} &= Y_{n+1} V_{n+1} = Y_{n+1}(V_n - V_{n+2}) \\
 I_{n+2} &= I_{n+1} - I_{n+3} & V_{n+2} &= Z_{n+2} I_{n+2} = Z_{n+2}(I_{n+1} - I_{n+3}) \\
 & \dots
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

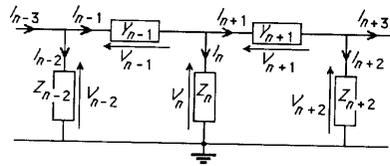


Figura 6.1: Sección de un circuito en escalera.

En la simulación activa todas las señales son tensiones por lo que se transforman las intensidades en tensiones multiplicando por una resistencia de escalado  $R$ :

$$I_n R = I_{n-1} R - I_{n+1} R \quad V_n = \frac{Z_n}{R} I_n R = \frac{Z_n}{R} (I_{n-1} R - I_{n+1} R) \tag{6.3}$$

e introduciendo la notación:

$$I_k R = i_k \quad V_k = v_k \quad \frac{Z_k}{R} = z_k \quad Y_k R = y_k \tag{6.4}$$

y la ecuación (6.2) queda:

$$\begin{aligned}
 & \dots \\
 i_{n-2} &= i_{n-3} - i_{n-1} & v_{n-2} &= z_{n-2} i_{n-2} = z_{n-2}(i_{n-3} - i_{n-1}) \\
 v_{n-1} &= v_{n-2} - v_n & i_{n-1} &= y_{n-1} v_{n-1} = y_{n-1}(v_{n-2} - v_n) \\
 i_n &= i_{n-1} - i_{n+1} & v_n &= z_n i_n = z_n(i_{n-1} - i_{n+1}) \\
 v_{n+1} &= v_n - v_{n+2} & i_{n+1} &= y_{n+1} v_{n+1} = y_{n+1}(v_n - v_{n+2}) \\
 i_{n+2} &= i_{n+1} - i_{n+3} & v_{n+2} &= z_{n+2} i_{n+2} = z_{n+2}(i_{n+1} - i_{n+3}) \\
 & \dots
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Para implementar estas ecuaciones es necesario realizar sumadores y transmitancias  $z_k$  o  $y_k$  tal como se muestra en el diagrama de flujo de la Fig. 6.2a. Se suele poner las señales de tensión en la fila inferior y las intensidades en la superior. Esta realización tiene el problema de implementar la diferencia de dos señales. Para solucionarlo efectuamos las inversiones de signo de las señales necesarias para que se produzcan únicamente sumas tal como se muestra en la Fig. 6.2b.

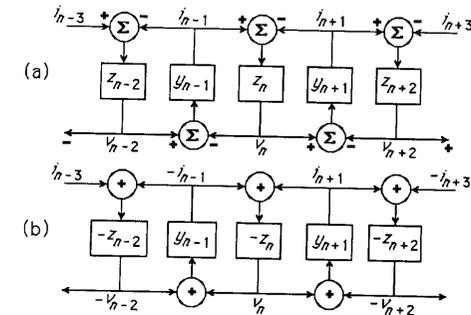
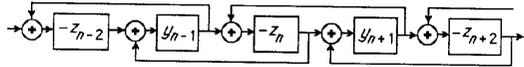


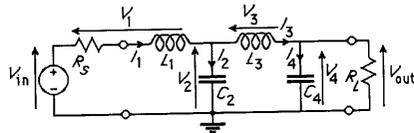
Figura 6.2: (a) Representación en forma de diagrama de bloques del grafo de flujo de señal de la sección escalera de la Fig. 6.1; (b) Transformación para obtener únicamente sumadores de entradas positivas.

Esta topología se denomina salto de rana o LF lo que aparece justificado si se redibuja el circuito de la Fig. 6.2b en la forma de la Fig. 6.3.



**Figura 6.3:**El diagrama de la Fig. 6.2b redibujado para visualizar la estructura leap-frog.

Vamos a ilustrar el proceso sobre un filtro paso de baja todo polo de cuarto orden. Este filtro se puede implementar mediante una escalera LC como la que muestra la Fig. 6.4.



**Figura 6.4:** Escalera paso de baja de cuarto orden.

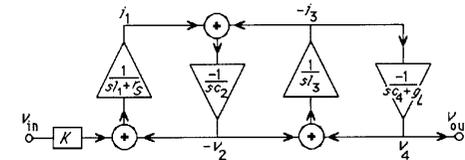
Vamos a escalar los distintos elementos por una resistencia  $R$  y convertimos la intensidad a una señal de tensión:

$$C_i R = c_i \quad \frac{L_i}{R} = l_i \quad \frac{R_i}{R} = r_i \quad I_i R = i_i \quad V_i = v_i \quad (6.6)$$

Asimismo para realizar una función de transferencia genérica con ganancia  $K$  vamos a multiplicar la señal de entrada por  $K$ . Las ecuaciones que describen las ecuaciones constitutivas y las leyes de Kirchoff de la escalera son:

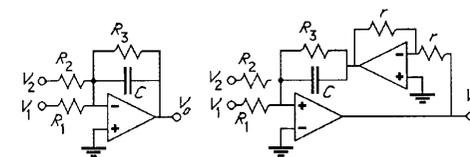
$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{K v_{in} - v_2}{s l_1 + r_s} & -v_2 &= -\frac{1}{s c_2} (i_1 - i_3) \\ -i_3 &= \frac{1}{s l_3} (-v_2 + v_4) & v_4 &= -\frac{1}{s c_4 + g_L} (-i_3) \end{aligned} \quad (6.7)$$

El grafo de flujo de señal correspondiente se muestra en la Fig. 6.5. Dicho grafo ha de implementarse utilizando circuitos RC activos. Por ello, se requiere integradores inversores y no inversores con y sin pérdidas. Los sumadores siempre preceden a los integradores por lo que se pueden realizar en el nudo de suma del integrador. La simulación de la escalera consiste de una serie de lazos de dos integradores, uno inversor y otro no inversor. Esto puede producir problemas si los integradores tienen factores de calidad finitos (tienen errores de fase) ya que los factores de calidad del lazo pueden aumentar drásticamente.



**Figura 6.5:** Diagrama de flujo de la escalera de la Fig. 6.4.

Se soluciona utilizando un integrador Miller con pérdidas con fase retrasada junto con otro no inversor con fase adelantada con lo que el error de fase se hace aproximadamente cero. Estos integradores se muestran en la Fig. 6.6.

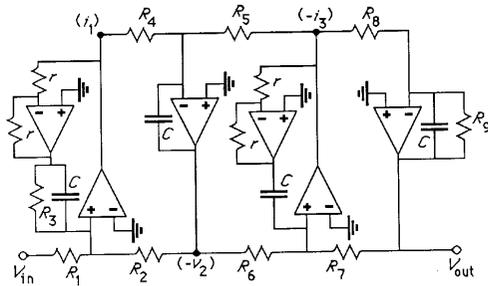


**Figura 6.6:** (a) Integrador inversor Miller con pérdidas; (b) Integrador no inversor con pérdidas de adelanto de fase.

Los integradores implementan la función:

$$V_o = \pm \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2}{sC + G_3} \quad (6.8)$$

+ para el integrador no inversor y – para el inversor. Puede observarse en la Fig. 6.5 que las ramas internas han de implementarse con integradores sin pérdidas mientras que las ramas de los extremos requieren integradores con pérdidas. Por tanto sólo queda conectar los integradores apropiados obteniéndose el circuito de la Fig. 6.7.



**Figura 6.7:** Realización activa de la escalera LC de la Fig. 6.4.

Los condensadores se han escogido iguales por conveniencia. Las resistencias se obtienen a partir de los elementos originales de la escalera sin más que comparar las ecuaciones que implementa la Fig. 6.7 con las ecuaciones que describían la escalera original:

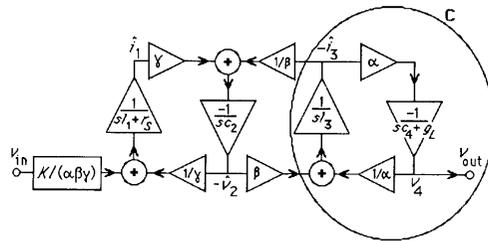
$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{G_1 V_{in} + G_2(-v_2)}{sC + G_3} \rightarrow \frac{Kv_{in} - v_2}{sl_1 + r_s} = \frac{Kv_{in} - v_2}{sL_1/R + R_s/R} \\ -v_2 &= -\frac{G_4 i_1 + G_5(-i_3)}{sC} \rightarrow -\frac{i_1 - i_3}{sc_2} = -\frac{i_1 - i_3}{sC_2 R} \\ -i_3 &= \frac{G_6(-v_2) + G_7 v_4}{sC} \rightarrow \frac{-v_2 + v_4}{sl_3} = \frac{-v_2 + v_4}{sL_3/R} \\ v_4 &= \frac{G_8(-i_3)}{sC + G_9} \rightarrow \frac{-i_3}{sc_4 + g_L} = \frac{-i_3}{sC_4 R + R/R_L} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Identificando miembros se puede obtener los parámetros de la implementación activa en función de los elementos de la escalera. Los parámetros  $R$  y  $C$  quedan como parámetros arbitrarios pudiendo elegirse para obtener valores convenientes.

La máxima amplitud de señal que un filtro puede procesar con baja distorsión está limitada por las fuentes de alimentación o por el slew-rate de los amplificadores operacionales. En el otro extremo el límite inferior viene determinado por el nivel de ruido. Si llamamos  $V_{op}$  a la tensión máxima sin que haya distorsión ha de cumplirse que la tensión máxima, a cualquier frecuencia, a la salida de un A.O. ha de ser:

$$\max |V_{oi}(j\omega)| < V_{op} \quad (6.10)$$

Nuestra tarea ahora consiste en escalar los niveles de tensión para maximizar el rango dinámico. Se trata de igualar los máximos de tensión a la salida de cada amplificador operacional para cualquier valor de la frecuencia. Para ello puede insertarse un factor de escala en cada señal mientras que las ganancias de lazo no cambien. Esto no cambia la función de transferencia excepto por un factor constante. El procedimiento se ilustra en la Fig. 6.8 para el mismo circuito de la Fig. 6.5.



**Figura 6.8:** Ilustrando el escalado de rango dinámico para la simulación mediante grafos de flujo de señal de un filtro paso de baja.

Si el máximo de la tensión  $v_3$  es  $\alpha$  veces mayor que el máximo de  $v_4$  multiplicando la ganancia del integrador por  $\alpha$  iguala ambos máximos. Para mantener constante la ganancia del bucle se multiplica  $v_4$  por  $1/\alpha$  antes de sumarla con  $-v_2$ . Así sucesivamente. Este proceso multiplica la función de transferencia total por  $\alpha\beta\gamma$  pero esto puede solucionarse escalando adecuadamente  $K$ . Las tensiones cuyos máximos se han de detectar corresponden a intensidades en las ramas serie de la escalera y tensiones en las ramas en paralelo por lo que se pueden obtener con cualquier programa de análisis. La ecuación (6.9) puede transformarse fácilmente para ver cómo afecta el escalado a los valores de los elementos de la realización activa:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{G_1 V_{in} + G_2(-v_2)}{sC + G_3} \rightarrow \frac{K}{\alpha\beta\gamma} v_{in} - \hat{v}_2 \frac{1}{\gamma} \\
 -v_2 &= -\frac{G_4 i_1 + G_5(-i_3)}{sC} \rightarrow -\frac{\hat{i}_1 \gamma - \hat{i}_3 \beta}{sC_2 R} \\
 -i_3 &= \frac{G_6(-v_2) + G_7 v_4}{sC} \rightarrow \frac{-\hat{v}_2 \beta + \hat{v}_4 \alpha}{sL_3/R} \\
 v_4 &= -\frac{G_8(-i_3)}{sC + G_9} \rightarrow -\frac{-\hat{i}_3 \alpha}{sC_4 R + R/R_L}
 \end{aligned}
 \tag{6.11}$$

De nuevo comparando ambos términos se obtienen los valores de los elementos de la realización activa. Este método de maximización del rango dinámico es general, no únicamente para cualquier realización con grafo de flujo de señal.

Supongamos que en lugar de tratarse de un filtro paso de baja todo polo se trata de un filtro paso de banda. Podemos interpretar que el filtro paso de baja anterior y su grafo de flujo de señal no es más que el filtro paso de baja prototipo. El filtro paso de baja se obtiene mediante la transformación paso de baja a paso de banda:

$$s = Q \frac{p^2 + 1}{p} = \frac{\omega_o p^2 + 1}{B p}
 \tag{6.12}$$

donde se ha puesto la transformación de un filtro paso de banda normalizado. Las ramas del integrador paso de baja se realizan mediante integradores de la forma:

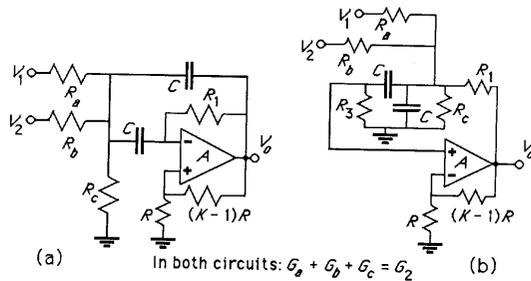
$$T_i(s) = \frac{\pm a_i}{s + q_i}
 \tag{6.13}$$

Se puede aplicar la transformación paso de baja a paso de banda directamen-

te al diagrama del grafo de flujo y por cada integrador se obtiene una función bicuadrática de segundo orden:

$$T_i(p) = \frac{\pm a_i \frac{1}{Q} p}{p^2 + pq_i/Q + 1} \tag{6.14}$$

La aplicación al ejemplo anterior del filtro paso de baja de cuarto orden conduce de forma inmediata a los cuatro biquads necesarios. Debido a la forma de los integradores aparece claro que los biquads deben realizar tanto factores de calidad finitos como idealmente infinitos. Dos circuitos adecuados para cumplir este papel son los filtros ENF y EPF de la Fig. 6.9.

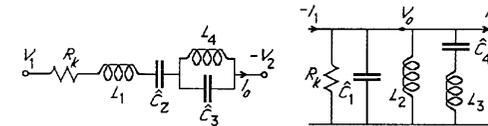


**Figura 6.9: Biquads de un sólo A.O. adecuados para implementar (6.14).**

El análisis de estas estructuras y la comparación con las ecuaciones que han de implementar permite obtener los valores necesarios de los elementos. Finalmente se conectan todos los biquads de la forma adecuada.

Hasta ahora hemos visto cómo obtener una realización activa de escaleras LC paso de baja simulando mediante integradores inductores en serie y condensadores en paralelo. Asimismo se ha extendido este procedimiento a filtros paso de banda mediante la transformación paso de baja a paso de banda. Vamos ahora a extender la técnica de grafos de flujo de señal a escaleras

LC con ceros finitos de transmisión donde cada rama de la escalera puede contener inmitancias LC arbitrarias. La forma más general de ramas en serie y en paralelo que nos podemos encontrar es la que aparece en la Fig. 6.10. En ella se escogen los signos algebraicos de tensiones e intensidades de forma que únicamente se produzcan sumas. Los condensadores se han nombrado con un "gorrito" para distinguirlos de los condensadores del circuito activo.



**Figura 6.10: Ramas genéricas serie y paralelo de una escalera.**

Para la rama en serie se obtiene:

$$I_o = Y(s)(V_1 + V_2) = \frac{1}{R_k + sL_1 + \frac{1}{s\hat{C}_2} + \frac{1}{s\hat{C}_3 + \frac{1}{sL_4}}}(V_1 + V_2) \tag{6.15}$$

Como se ha hecho anteriormente nos interesa convertirlo en una tensión multiplicando por una resistencia de escalado. Además ya se ha visto anteriormente que las señales de entrada en cada rama se multiplican en general por una constante para optimizar el rango dinámico. Por tanto, multiplicamos las señales de entrada también por una constante:

$$I_o R_p = Y(s) R_p (aV_1 + bV_2) = \frac{1}{\frac{R_k}{R_p} + \frac{sL_1}{R_p} + \frac{1}{s\hat{C}_2 R_p} + \frac{1}{s\hat{C}_3 R_p + \frac{1}{sL_4/R_p}}}(aV_1 + bV_2) \tag{6.16}$$

y utilizando la misma nomenclatura anterior para las variables normaliza-

das:

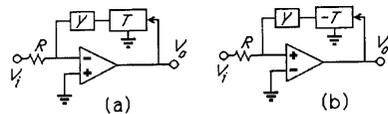
$$i_o = y(s)(av_1 + bv_2) = \frac{1}{r_k + sl_1 + \frac{1}{sc_2} + \frac{1}{sc_3 + \frac{1}{sl_4}}} (av_1 + bv_2) \quad (6.17)$$

De forma totalmente análoga se obtiene para la asociación de ramas en paralelo:

$$v_o = -z(s)(ai_1 + bi_2) = -\frac{1}{g_k + sc_1 + \frac{1}{sl_2} + \frac{1}{sl_3 + \frac{1}{sc_4}}} (ai_1 + bi_2) \quad (6.18)$$

Para realizar las transmitancias  $-z(s)$  y  $y(s)$  con circuitos RC activos consideremos los circuitos genéricos de la Fig. 6.11. El análisis de dichos circuitos conduce a:

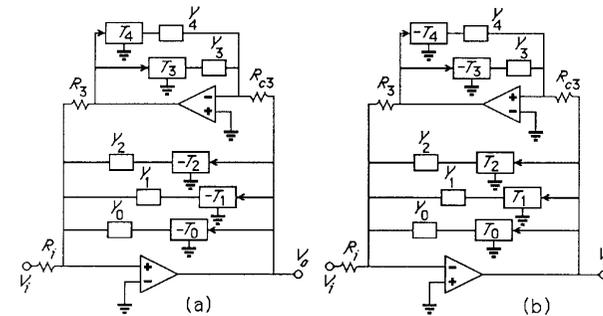
$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{Y(s)RT(s)} \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{Y(s)RT(s)} \quad (6.19)$$



**Figura 6.11: Realización conceptual de una función de transferencia en tensión inversamente proporcional a  $T(s)Y(s)$  con un circuito activo.**

Este mismo concepto puede extenderse a más de una rama utilizando la propiedad de suma del nudo de entrada del A.O. para tratar de implementar los términos de las ecuaciones (6.17) y (6.18) tal como se muestra en la Fig. 6.12.

Suponiendo A.O. ideales dichos circuitos implementan:



**Figura 6.12: Realización conceptual de las transmitancias  $z(s)$  e  $y(s)$  de las ecuaciones (6.17) y (6.18).**

$$V_o = \pm \frac{G_i V_i}{Y_0 T_0 + Y_1 T_1 + Y_2 T_2 + \frac{G_3 G_{c3}}{Y_3 T_3 + Y_4 T_4}} \quad (6.20)$$

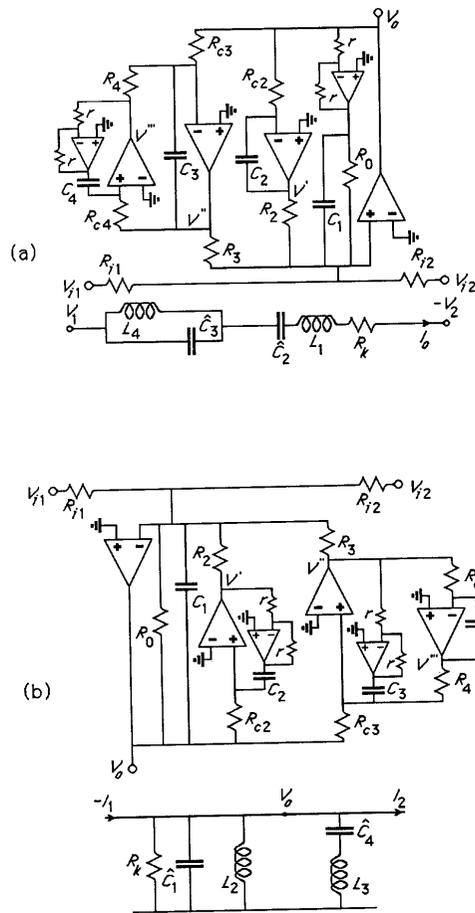
Para obtener las dos entradas requeridas se añade una segunda tensión de entrada a través de una resistencia  $R_{i2}$  de forma que en el numerador quede:

$$G_{i1} V_{i1} + G_{i2} V_{i2} \quad (6.21)$$

Sin más que comparar la ecuación (6.20) con las ecuaciones (6.17) y (6.18) se obtienen los valores de las admitancias y las funciones de transferencia:

$$\begin{aligned} Y_0 = G_0 & & T_0 = 1 & & Y_1 = sC_1 & & T_1 = 1 & & Y_2 = G_2 & & T_2 = \frac{1}{s\tau_2} \\ Y_3 = sC_3 & & T_3 = 1 & & Y_4 = G_4 & & T_4 = \frac{1}{s\tau_4} & & & & \end{aligned} \quad (6.22)$$

Todas las funciones de transferencia son bien conexiones directas (+1), inversores (-1) o integradores inversores o no inversores ( $\pm 1/s\tau$ ) y sabemos como implementar cada uno de esos bloques. El resultado se muestra en la Fig. 6.13.



**Figura 6.13: Realización activa de las ramas (a) serie y (b) paralelo de la escalera. Para referencia debajo de cada una se incluyen las ramas pasivas.**

El resultado del análisis de este circuito multiplicando además numerador y denominador por una resistencia de escalado  $R_a$  es:

$$V_o = \pm \frac{R_a G_{i1} V_{i1} + R_a G_{i2} V_{i2}}{R_a G_0 + s C_1 R_a + \frac{G_2 R_a}{s C_2 R_{c2}} + \frac{G_3 G_{c3} R_a}{s C_3 + G_4 / s C_4 R_{c4}}} \quad (6.23)$$

e igualando por ejemplo para el caso de una rama en serie con la ecuación (6.16) se obtienen las ecuaciones para los valores de los componentes (suponiendo condensadores iguales):

$$\begin{aligned} R_{i1} &= \frac{R_a}{a} & R_{i2} &= \frac{R_a}{b} & R_0 &= \frac{R_a R_p}{R_k} & C_1 &= \frac{L_1}{R_a R_p} \\ R_{c2} R_2 &= \frac{\hat{C}_2}{C} R_a R_p & R_{c3} R_3 &= \frac{\hat{C}_3}{C} R_a R_p & R_{c4} R_4 &= \frac{L_4 \hat{C}_3}{C^2} \end{aligned} \quad (6.24)$$

$R_a$  y  $R_p$  son parámetros libres y se escogen para obtener valores adecuados de los elementos. Las tres últimas ecuaciones corresponden a 6 resistencias por lo que aún tenemos tres grados de libertad que se pueden utilizar para maximizar el rango dinámico igualando los niveles de tensión a la salida de los A.O. Recuerda que ya se realizó escalado del SFG para igualar los niveles de tensión a las salidas de las transmitancias  $-z(s)$  e  $y(s)$ . Tal como se ha realizado anteriormente la tarea a realizar consiste en igualar los máximos de la tensiones de salida de los tres amplificadores operacionales integradores. En ambos circuitos se cumple:

$$\begin{aligned} |V'| &= \frac{G_{c2}}{\omega C_2} |V_o| \\ |V''| &= \left| \frac{G_{c3}}{\omega C_3 - [G_4 G_{c4} / (\omega C_4)]} \right| |V_o| \\ |V'''| &= \frac{G_{c4}}{\omega C_4} |V''| = \left| \frac{G_{c3} G_{c4}}{\omega^2 C_3 C_4 - G_4 G_{c4}} \right| |V_o| \end{aligned} \quad (6.25)$$

Si suponemos que los niveles máximos de tensión de cada señal son:

$$m' = \frac{\max|V'|}{\max|V_o|} \quad m'' = \frac{\max|V''|}{\max|V_o|} \quad m''' = \frac{\max|V'''|}{\max|V_o|} \quad (6.26)$$

la máxima tensión de  $V_o$ ,  $V'$  y  $V''$  se obtiene multiplicando  $R_{c2}$  y  $R_{c3}$  por  $m'$  y  $m''$ . El escalado de  $R_{c3}$  hace que  $V'''$  disminuya por  $m''$ . Por tanto, para hacer igual el máximo de  $V'''$  es necesario multiplicar  $R_{c4}$  por  $m'''/m''$ . También hay que multiplicar  $R_4$  por  $m'''/m''$  para no desplazar el cero de transmisión. Para mantener la ecuación (6.23) inalterada en este proceso se escalan adecuadamente también  $R_2$  y  $R_3$ :

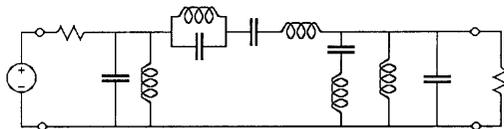
$$V_o = \pm \frac{G_{i1}V_{i1} + G_{i2}V_{i2}}{G_0 + sC_1 + \frac{m'G_2}{sC_2(m'R_{c2})} + \frac{(m''G_3)(G_{c3}/m'')}{G_4 m'''/m''} + \frac{G_4 m'''/m''}{sC_3 + \frac{G_4 m'''/m''}{sC_4(R_{c4}m'''/m'')}}} \quad (6.27)$$

Las ecuaciones anteriores para las resistencias son válidas sin más que incluir los factores de escala en las resistencias.

De forma totalmente análoga se obtienen las ecuaciones para una rama en paralelo.

### Procedimiento de diseño

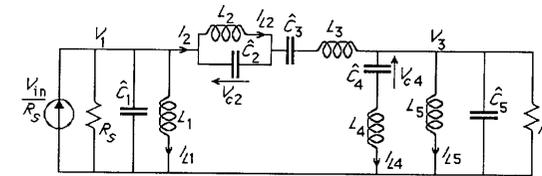
Vamos a resumir los pasos para realizar una simulación mediante grafo de flujo de señal de una escalera LC como la de la Fig. 6.14.



**Figura 6.14: Ejemplo de escalera LC doblemente terminada en resistencias.**

1) Utilizar los procedimientos conocidos para obtener la escalera LC a partir de las especificaciones.

- 2) Calcular para todo valor de la frecuencia los valores máximos de las intensidades en los inductores y las tensiones en los condensadores. Esto se utilizará posteriormente para escalar los niveles de tensión.
- 3) Si la escalera empieza por una rama en paralelo realizar una transformación de fuente tal como la que se indica en la Fig. 6.15.



**Figura 6.15: La escalera de la Fig. 6.14 después de realizar la transformación de fuente.**

- 4) Escalar la escalera pasiva por  $R_p$  (por ejemplo  $1\Omega$ ) para preparar la transformación activa con sólo señales de tensión.
- 5) Construir el grafo de flujo de señal con una transmitancia para cada rama de la escalera. Utilizar transmitancias inversoras para ramas en paralelo y transmitancias no inversoras para ramas en serie. Esto garantiza que las ganancias de bucle sean negativas y que los errores de fase se cancelen. Incluir en el SFG los factores de escalado globales computados a través del cociente de dos máximos consecutivos de intensidades de ramas en serie y tensiones de ramas en paralelo. Incluir la ganancia global  $K$  de la implementación.
- 6) Por inspección de la escalera obtener las expresiones de las transmitancias y escribir las ecuaciones del grafo de flujo de señal escalado.
- 7) Construir los circuitos activos necesarios para realizar cada una de las ramas.
- 8) Escribir por inspección las ecuaciones de las funciones de transferencia de los circuitos activos utilizando una resistencia de normalización  $R_{ai}$ .  $R_{ai}$  puede ser diferente para cada rama y eso permite por ejemplo

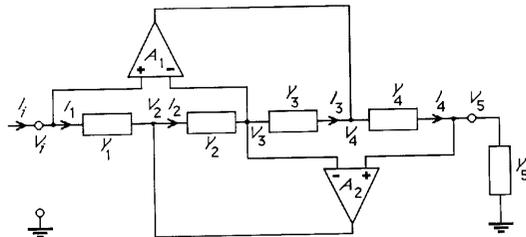
utilizar condensadores idénticos en todo el diseño.

- 9) Comparar las ecuaciones de los circuitos activos con las ramas pasivas para obtener expresiones de los valores de los elementos.
- 10) Optimizar el rango dinámico igualando los niveles de tensión a la salida de los A.O. integradores con los niveles igualados anteriormente de los circuitos activos que simulan las ramas.
- 11) Realizar la interconexión final de todos los elementos.

### 6.2.2 Sustitución de inductores

#### Sustitución directa

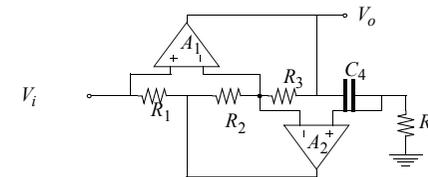
La segunda posibilidad consiste en partir de una escalera LC y sustituir los inductores por simulaciones activas tales como giradores o GICs. Tratándose de amplificadores operacionales vimos que los GIC, cuya estructura general se muestra en la Fig. 6.16, proporcionaban inductores de alta calidad.



**Figura 6.16: Estructura general de un convertidor de inmitancias de Antoniou.**

El GIC de tipo I ya se ha analizado en profundidad en relación con la realización de biquads basados en GICs y se vio que el diseño óptimo dependía de una relación entre resistencias habiendo de estar apareados ambos operacionales (igual GB). Para la simulación de la impedancia de un inductor

tor resulta más conveniente un GIC de tipo II que no requiere tal apareamiento. Dicho GIC se muestra en la Fig. 6.17.



**Figura 6.17: GIC de tipo II para simulación de inductores.**

Veamos el diseño óptimo de este GIC. El análisis del circuito de la Fig. 6.16 considerando una ganancia genérica  $A(s)$  para los A.O. conduce a la siguiente expresión para la admitancia de entrada:

$$Y_L(s) = \frac{Y_1 Y_3 Y_5 \left( 1 + \frac{1}{A_2} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1} \frac{Y_2}{Y_3} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_2}{Y_3} \right) \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) \right)}{Y_2 Y_4 \left( 1 + \frac{1}{A_1} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_2} \frac{Y_3}{Y_2} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_3}{Y_2} \right) \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) \right)} \quad (6.28)$$

Vamos a utilizar el modelo de un polo:

$$A(s) = \frac{GB}{s} \quad (6.29)$$

y sustituimos los valores de las admitancias:

$$Y_1 = G_1 \quad Y_2 = G_2 \quad Y_3 = G_3 \quad Y_4 = sC_4 \quad Y_5 = G_5 \quad (6.30)$$

El inductor realizado tenía como valor:

$$L_0 = \frac{G_2 C_4}{G_1 G_3 G_5} \quad (6.31)$$

y la admitancia despreciando los factores de segundo orden:

$$Y_L(s) \cong \frac{1}{sL_0} \frac{1 + s \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) + s^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right)}{1 + \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) + s \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right)} \quad (6.32)$$

Haciendo  $s = j\omega$ :

$$Y_L(j\omega) \cong \frac{1}{j\omega L_0} \frac{1 + j\omega \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right)}{1 + \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) + j\omega \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right)} \quad (6.33)$$

Si  $x \ll 1$  se puede hacer la aproximación:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1-x \quad (6.34)$$

por lo que aplicándolo a (6.33) se obtiene:

$$\begin{aligned} Y_L(j\omega) &\cong \frac{1}{j\omega L_0} \left[ 1 - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) + j\omega \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) \right] \cdot \\ &\quad \left[ 1 - \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) - j\omega \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{j\omega L_0} \left[ 1 - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) - \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) \right] - \\ &\quad - \frac{1}{L_0} \left[ \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} - \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.35)$$

Las pérdidas se anulan si hacemos  $R_2 = R_3$ . La desviación del valor del inductor se minimizan cuando se hace mínimo

$$\frac{\omega C_4}{G_5} + \frac{G_5}{\omega C_4} \quad (6.36)$$

que es mínimo para

$$G_5 = \omega C_4 \quad (6.37)$$

Obviamente esto es función de la frecuencia por lo que sólo se puede igualar para un valor concreto, por lo que se escoge una frecuencia adecuada  $\omega_c$ .

Por ejemplo, para la escalera LC paso de alta de quinto orden de la Fig. 6.18a la sustitución resulta en el filtro activo de la Fig. 6.18b. La fre-

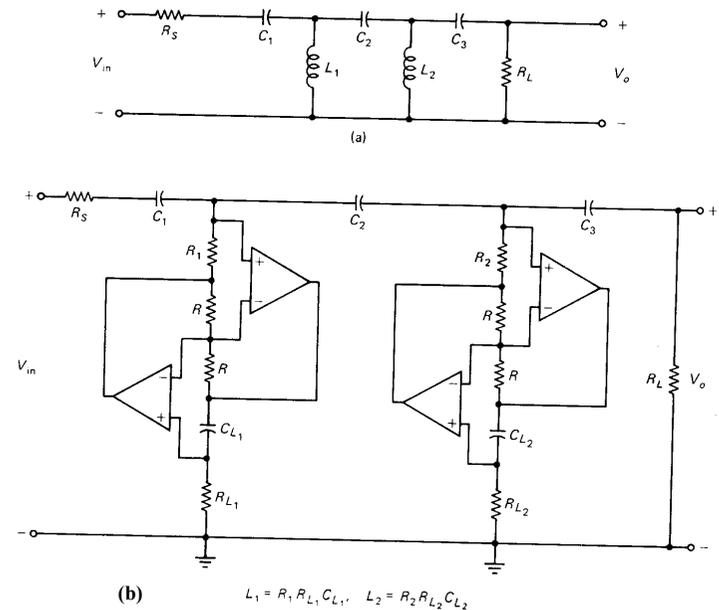


Figura 6.18:(a) Escalera LC paso de alta; (b) Simulación activa.

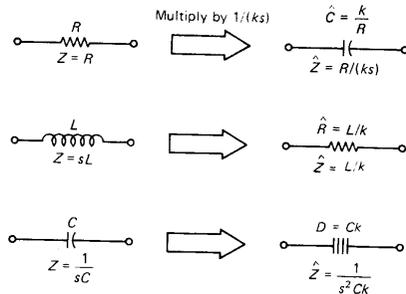
cuencia  $\omega_c$  se suele escoger como la frecuencia límite de la banda pasante o la frecuencia a la que resuena la rama correspondiente en el caso que sea finita.

Ya que la simulación es de inductores a tierra esta técnica funciona bien para filtros paso de alta y para algunos filtros paso de banda que no tienen inductores flotantes. Para filtros en que haya inductores flotantes se aplican transformaciones que los transformen en elementos más fáciles de realizar.

**Transformación de Bruton**

La transformación de Bruton es adecuada para filtros LC que tienen únicamente condensadores a tierra. Consiste en escalar las impedancias por  $1/ks$ . Esta transformación no altera la función de transferencia ya que al ser un cociente de tensiones es adimensional y por tanto independiente del escalado de impedancias. Como se indica en la Fig. 6.19 dicha transformación transforma resistencias en condensadores, inductores en resistencias y condensadores en resistencias negativas dependientes de la frecuencia (FDNR), también llamados supercondensadores:

$$Z_c(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \hat{Z}_c(j\omega) = Z_c(j\omega) \frac{1}{j\omega k} = -\frac{1}{\omega^2 Ck}$$



**Figura 6.19: Transformación de impedancias de Bruton.** (6.38)

Un FDNR puede construirse fácilmente usando un GIC. La impedancia realizada por un GIC es:

$$Z_{in} = \frac{Y_2 Y_4}{Y_1 Y_3 Y_5} \tag{6.39}$$

Si hacemos  $Y_1=Y_5=sC$  se obtendrá la impedancia necesaria de un FDNR. El hecho de utilizar  $Y_1$  e  $Y_5$  en lugar de otras posibilidades se debe a la minimización de desviaciones debido a no idealidades de los amplificadores operacionales. El FDNR está a tierra, de ahí que sea particularmente útil para circuitos con condensadores a tierra ya que la transformación de Bruton convierte cada condensador en un FDNR.

También es necesario diseñar adecuadamente el FDNR de forma que se produzcan las desviaciones mínimas. El desarrollo es totalmente análogo al anterior para el GIC y se detalla a continuación.

Recordemos la expresión para la admitancia de entrada del GIC:

$$Y_{in}(s) = \frac{Y_1 Y_3 Y_5 \left( 1 + \frac{1}{A_2} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 Y_3} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_2}{Y_3} \right) \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) \right)}{Y_2 Y_4 \left( 1 + \frac{1}{A_1} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_2 Y_2} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_3}{Y_2} \right) \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) \right)} \tag{6.40}$$

Vamos a utilizar el modelo de un polo:

$$A(s) = \frac{GB}{s} \tag{6.41}$$

y sustituimos los valores de las admitancias:

$$Y_1 = sC_1 \quad Y_2 = G_2 \quad Y_3 = G_3 \quad Y_4 = G_4 \quad Y_5 = sC_5 \tag{6.42}$$

La admitancia despreciando los factores de segundo orden:

$$Y_{in}(s) \cong \frac{s^2 C_1 C_5 G_3 \left( 1 + \frac{G_4}{C_5 G B_2} + \frac{G_2 G_4}{G_3 C_5 G B_1} + s \left( \frac{1}{G B_2} + \frac{G_2}{G_3 G B_1} \right) \right)}{G_2 G_4 \left( 1 + s \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) + s^2 \frac{C_5}{G_4} \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) \right)} \tag{6.43}$$

Haciendo  $s = j\omega$ :

$$Y_{in}(j\omega) \cong \frac{-\omega^2 C_1 C_5 G_3}{G_2 G_4} \frac{1 + \frac{G_4}{C_5 G B_2} + \frac{G_2 G_4}{G_3 C_5 G B_1} + j\omega \left( \frac{1}{G B_2} + \frac{G_2}{G_3 G B_1} \right)}{1 + j\omega \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) - \omega^2 \frac{C_5}{G_4} \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right)} \quad (6.44)$$

Si  $x \ll 1$  se puede hacer la aproximación:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1-x \quad (6.45)$$

por lo que aplicándolo a (6.44) se obtiene:

$$\begin{aligned} Y_{in}(j\omega) &\cong \frac{-\omega^2 C_1 C_5 G_3}{G_2 G_4} \left[ 1 + \frac{G_4}{C_5 G B_2} + \frac{G_2 G_4}{G_3 C_5 G B_1} + j\omega \left( \frac{1}{G B_2} + \frac{G_2}{G_3 G B_1} \right) \right] \cdot \\ &\quad \left[ 1 + \omega^2 \frac{C_5}{G_4} \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) - j\omega \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) \right] = \\ &= \frac{-\omega^2 C_1 C_5 G_3}{G_2 G_4} \left[ 1 + \omega^2 \frac{C_5}{G_4} \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) + \frac{G_4}{C_5} \left( \frac{1}{G B_2} + \frac{G_2}{G_3 G B_1} \right) \right] - \\ &\quad \frac{\omega^2 C_1 C_5 G_3}{G_2 G_4} j\omega \left[ \frac{1}{G B_2} + \frac{G_2}{G_1 G B_1} - \left( \frac{1}{G B_1} + \frac{G_3}{G_2 G B_2} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.46)$$

Se obtiene un FDNR con factor de calidad infinito si hacemos  $R_2 = R_3$ . La desviación del valor del inductor se minimizan cuando se hace mínimo

$$\frac{\omega C_5}{G_4} + \frac{G_4}{\omega C_5} \quad (6.47)$$

que es mínimo para

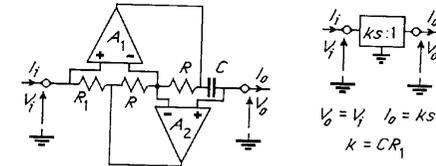
$$R_4 = \omega C_5 \quad (6.48)$$

Obviamente esto es función de la frecuencia por lo que sólo se puede igualar para un valor concreto, por lo que se escoge una frecuencia adecuada  $\omega_c$ .

### Transformación de Gorski-Popiel

Para casos más generales se utiliza la técnica de Gorski-Popiel que consiste en sustituir cada subcircuito constituido únicamente por inductores por GICs y resistencias. La técnica parte del GIC de la Fig. 6.20 que se ha diseñado de forma adecuada para el problema. En concreto, ya que simplemente se trata de un GIC de tipo II en el que se elimina  $Y_5$  y su papel lo juega la impedancia a la que ataque pues las consideraciones de diseño óptimo son las mismas que para el GIC de tipo II. La admitancia  $Y_5$  no se coloca y se toma la relación que presenta en esa rama:

$$Y_{in}(s) = \frac{I_i}{V_i} = \frac{1}{sCR_1} Y_5 = \frac{1}{sk} \frac{I_o}{V_o} \quad (6.49)$$



**Figura 6.20: Convertidor de impedancias de Antoniou utilizado en la técnica de Gorski-Popiel y su representación simbólica. Para diseño óptimo hacer  $\omega_c C = |I_o/V_o|_{\omega=\omega_c} \circ R_1 = |V_i/I_i|_{\omega=\omega_c}$**

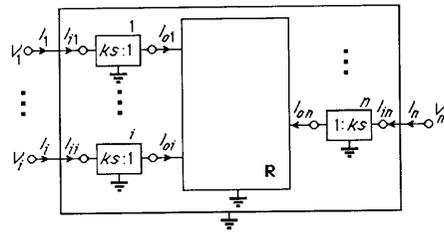
Como  $V_o = V_i$  se tiene que  $I_o = ksI_i$ . Para una red resistiva general se tiene que:

$$V = Z_r I \quad (6.50)$$

Si se conecta cada terminal a una estructura del tipo anterior como se muestra en la Fig. 6.21 se tiene que:

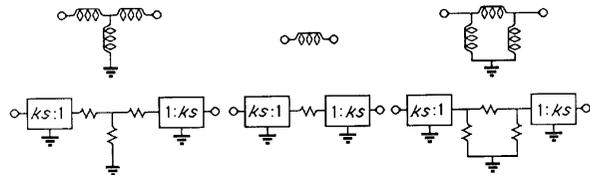
$$V = Z_r(ksI) = (ksZ_r)I \quad (6.51)$$

Luego se puede sustituir cada subcircuito formado únicamente por inducto-



**Figura 6.21: Simulación de circuito con inductores mediante Gorski-Popiel.**

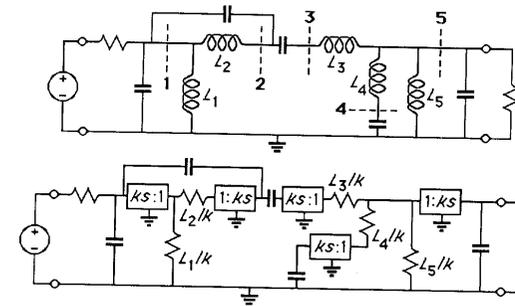
res por una resistencia de valor  $L/k$  y cada terminal se conecta con el bloque  $ks$  anterior. Por ejemplo, la Fig. 6.22 muestra algunas estructuras típicas y su equivalente con esta técnica. Finalmente para un circuito como el de la Fig. 6.23 se obtiene el equivalente que se muestra en la misma figura.



**Figura 6.22: Ilustrando la transformación de Gorski-Popiel para algunos circuitos elementales de inductores.**

### 6.3 Realización en cascada

En la realización en cascada la función de transferencia  $H(s)$  se factoriza en subcircuitos de segundo orden. Si el orden es impar será necesaria una etapa adicional de primer orden. Los biquads resultantes implementados mediante alguna técnica del capítulo anterior se conectan en cascada. Este método es sencillo de realizar y eficiente. Una de las principales ventajas es



**Figura 6.23: Ilustrando la técnica para el circuito de la Fig. 6.14.** que es muy fácil de ajustar ya que cada biquad es responsable de la realización de un único par polo-cero. El principal inconveniente es que para filtros de orden alto el diseño resultante es aún muy sensible en la banda pasante a variaciones de los elementos.

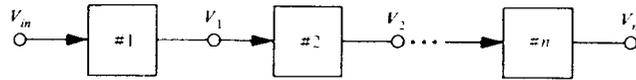
Los biquads componentes implementan funciones del tipo:

$$H_i(s) = H_{i0} \frac{a_{0i} + a_{1i}s + a_{2i}s^2}{s^2 + s\omega_{oi}/Q_i + \omega_{oi}^2} \tag{6.52}$$

Si la impedancia de salida de los biquads es suficientemente pequeña se conectan en cascada como se muestra en la Fig. 6.24 sin que haya efectos de carga entre ellos y la función  $H(s)$  viene dada por el producto de todas ellas:

$$H(s) = \prod_{i=1}^{n/2} H_i(s) = \prod_{i=1}^{n/2} H_{i0} \frac{a_{0i} + a_{1i}s + a_{2i}s^2}{s^2 + s\omega_{oi}/Q_i + \omega_{oi}^2} \tag{6.53}$$

El diseño de un filtro en cascada se compone de dos etapas fundamentales: una etapa de descomposición, en la que se descompone la función de transferencia  $H(s)$  de la forma indicada en (6.53), y una etapa de realización, en la que es necesario implementar cada función de transferencia bicuadrática.



**Figura 6.24:** Cascada de  $n/2$  secciones de segundo orden donde se supone que  $n$  es par.

### 6.3.1 El problema de la descomposición

Resolver el problema de la descomposición se traduce en resolver otros tres problemas:

- 1)Emparejamiento de polos y ceros, es decir determinar qué polos se asocian con qué ceros en la descomposición de  $H(s)$ . Si pensamos en una función de orden  $n$ , hay  $n/2$  parejas de polos y  $n/2$  parejas de ceros lo que da  $(n/2)!$  combinaciones posibles.
- 2)Secuencia de la cascada, es decir, determinar en qué orden se deben colocar los biquads. De nuevo hay  $(n/2)!$  combinaciones posibles.
- 3)Distribución de la ganancia, es decir, cómo distribuir la ganancia de la función de transferencia global entre los distintos biquads.

Está claro que la función implementada no cambia cualquiera que sea la solución que se dé a estos problemas y puede comprobarse que dichos factores no contribuyen de forma importante a la sensibilidad de la estructura global. La sensibilidad del filtro es más una cuestión de diseñar cada uno de los biquads con sensibilidad mínima. La solución del problema de descomposición debe dirigirse a maximizar el rango dinámico, lo cual se traduce en perseguir el siguiente par de objetivos:

- a)Si denominamos  $V_{omax}$  la mayor señal permitida en el amplificador operacional de salida y  $m$  es la ganancia máxima del filtro, el circuito debería aceptar la señal de entrada máxima:

$$V_{inmax} = \frac{V_{omax}}{m} \quad (6.54)$$

Para cumplir estas condiciones debe verificarse que las amplitudes máximas de las tensiones en los nudos  $V_1, V_2, \dots, V_{n/2}$  sean:

$$|V_1|_{max} = |V_2|_{max} = \dots = |V_{n/2}|_{max} = V_{omax} \quad (6.55)$$

Nótese que esto debe verificarse para cualquier frecuencia ya que incluso fuera de la banda pasante la violación de la condición llevaría a saturación del amplificador operacional y como consecuencia a la aparición de distorsión. Incluso si la saturación ocurre a frecuencias fuera de la banda pasante su efecto puede ser importante puesto que la intermodulación puede conducir a la aparición de componentes de frecuencia dentro de la banda pasante.

- b)La relación señal/ruido debería ser lo más alta posible.

Para maximizar la relación señal-ruido se debe maximizar el mínimo de la señal en la banda pasante a la salida de cada uno de los biquads. Si el mínimo a la salida de algún biquad fuera demasiado pequeño la relación señal ruido se deterioraría puesto que señal y ruido se amplifican igual hasta la salida.

Si denominamos  $T_i(s)$  a la función de transferencia hasta la etapa  $i$ :

$$T_i(s) = \frac{V_i}{V_{in}} = \prod_{j=1}^i H_j(s) = \prod_{j=1}^i H_{j0} h_j(s) \quad (6.56)$$

El proceso de descomposición se divide en los siguientes pasos:

- 1)Determinar el emparejamiento polo/cero de manera que la función de transferencia de cada biquad  $h_j(s)$  se lo más plana posible en la banda pasante.
- 2)Encontrar una secuencia de biquads tal que cada función de transferencia intermedia  $T_i(s)$  (desde la entrada a la salida del biquad  $i$ ) se lo

más plana posible en la banda pasante.

3) Asignar las constantes de ganancia  $H_{j0}$  de forma que el pico de amplitud de cada función de transferencia intermedia sea igual que el de la función de transferencia global, es decir, que se verifique (6.55).

Parece necesario pues dar una definición de planitud. Como medida de planitud de una función  $T_i$  se usa el parámetro:

$$d_i = \frac{|T_i(j\omega)|_{max}}{|T_i(j\omega)|_{min}} \quad (6.57)$$

donde

$$\begin{aligned} |T_i(j\omega)|_{max} &= \max |T_i(j\omega)| & 0 \leq \omega < \infty \\ |T_i(j\omega)|_{min} &= \min |T_i(j\omega)| & \omega_L \leq \omega \leq \omega_H \end{aligned} \quad (6.58)$$

siendo  $\omega_L$  y  $\omega_H$  los límites inferior y superior de la banda pasante. Nótese que de acuerdo a lo anterior el máximo se busca en todo el rango de frecuencias pero el mínimo solamente nos interesa en la banda pasante. Obviamente se consigue máxima planitud minimizando  $d_i$ , es decir, haciéndola tan cercano a 1 como sea posible.

### Emparejamiento polo-cero

Lo usual, sobre todo si se dispone de herramientas de ordenador, es hacer que se exploren sistemáticamente todos los emparejamientos polo-cero posibles. Existen algoritmos que pueden acotar de forma eficiente el emparejamiento óptimo tal como el que se detalla a continuación.

Supongamos sin perder generalidad que el orden es par. Se cogen por una parte las parejas de polos complejo conjugados y por otra las parejas de ceros complejo conjugados y todas las posibles parejas de ceros reales. Para cada combinación posible de una pareja de ceros con una pareja de polos se evalúa  $d_i$  y se construye una tabla tal como la que se muestra en la Fig. 6.25.

	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_{4,5}$	$z_{6,7}$	$z_{16}$	$z_{17}$	$z_{18}$	$z_{19}$
$p_1$	$d_{1,1}$	$d_{1,2}$	$d_{1,3}$	$d_{1,4,5}$	$d_{1,6,7}$	$d_{1,16}$	$d_{1,17}$	$d_{1,18}$	$d_{1,19}$
$p_2$	$d_{2,1}$	$d_{2,2}$	$d_{2,3}$	$d_{2,4,5}$	$d_{2,6,7}$	$d_{2,16}$	$d_{2,17}$	$d_{2,18}$	$d_{2,19}$
$p_3$	$d_{3,1}$	$d_{3,2}$	$d_{3,3}$	$d_{3,4,5}$	$d_{3,6,7}$	$d_{3,16}$	$d_{3,17}$	$d_{3,18}$	$d_{3,19}$
$p_4$	$d_{4,1}$	$d_{4,2}$	$d_{4,3}$	$d_{4,4,5}$	$d_{4,6,7}$	$d_{4,16}$	$d_{4,17}$	$d_{4,18}$	$d_{4,19}$
$p_5$	$d_{5,1}$	$d_{5,2}$	$d_{5,3}$	$d_{5,4,5}$	$d_{5,6,7}$	$d_{5,16}$	$d_{5,17}$	$d_{5,18}$	$d_{5,19}$

Figura 6.25:

Para cada una de las posibles combinaciones de ceros se construye un diagrama en donde en la abscisa se coloca la pareja correspondiente de ceros y en la ordenada se colocan los polos ordenados por su valor  $d_i$ . Se traza una línea horizontal en el primer nivel en que cada polo aparece al menos una vez debajo en un cero distinto. El polo intersectado se considera ya emparejado y se continúa hacia abajo con los restantes polos. El proceso se ilustra en la Fig. 6.26.

Aunque se pueden aplicar estos métodos algorítmicos para muchos casos prácticos es suficiente la regla siguiente: "Combinar polos de  $Q$  alta con los ceros de transmisión más cercanos". Se pueden tener en cuenta también otras consideraciones como disponibilidad de componentes, facilidad de ajuste, etc.

### Secuenciación de biquads

La secuencia óptima es aquella que minimiza el máximo de todas las  $d_i$ .

Es usual aplicar la siguiente regla: "Colocar las secciones con respuesta más plana a la entrada, seguidas de secciones con respuesta menos plana, es decir, colocar biquads en orden creciente del factor de calidad  $Q$ ". También pueden entrar en juego consideraciones prácticas. Por ejemplo, puede colocarse primero un filtro paso de baja o paso de banda para eliminar señales de alta frecuencia que pudieran generar problemas de slew-rate en los operacionales. Asimismo, puede colocarse una sección paso de alta o paso de banda al final para eliminar la tensión de offset de las secciones anteriores y la influencia de la fuente de alimentación.

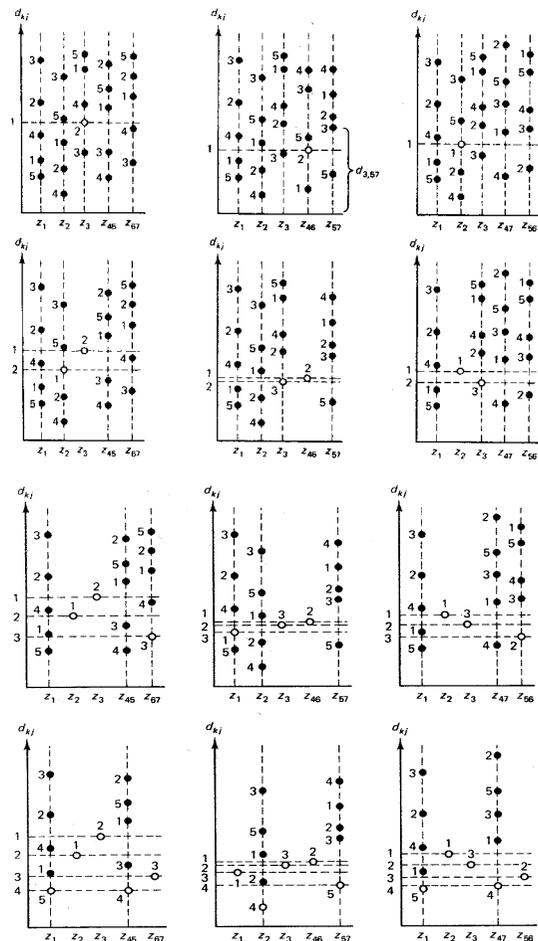


Figura 6.26:

Una vez que se tiene esta buena secuencia puede intentarse mejorarla. Para ello se calculan todas las  $d_i$  de dicha secuencia inicial y el máximo de ellas,  $d_{imax}$ . Entonces, se trata de examinar sistemáticamente todas las secuencias posibles de una forma inteligente. Por ejemplo, tan pronto como se encuentra una  $d_i$  en otra secuencia que es mayor que  $d_{imax}$  se puede rechazar la secuencia.

### Distribución de ganancias

Vamos a denominar  $H_o$  la ganancia del filtro total y por simplicidad y sin pérdida de generalidad vamos a suponer que la tensión máxima de la tensión de entrada  $V_{imax}=1$ . Entonces:

$$|V_1|_{max} = H_{10} \max|h_1(j\omega)| \tag{6.59}$$

y

$$|V_{n/2}|_{max} = \max|H(j\omega)| \tag{6.60}$$

Como ambas han de ser iguales:

$$H_{10} = \frac{\max|H(j\omega)|}{\max|h_1(j\omega)|} \tag{6.61}$$

De forma similar:

$$|V_2|_{max} = H_{10}H_{20} \max|h_1(j\omega)h_2(j\omega)| \tag{6.62}$$

que también ha de ser igual por lo que:

$$H_{20} = \frac{\max|h_1(j\omega)|}{\max|h_1(j\omega)h_2(j\omega)|} \tag{6.63}$$

En general pues se obtiene:

$$H_{i0} = \frac{\max|h_1(j\omega)h_2(j\omega)\dots h_{i-1}(j\omega)|}{\max|h_1(j\omega)h_2(j\omega)\dots h_i(j\omega)|} \tag{6.64}$$

### 6.3.2 El problema de la realización

La realización de cada uno de los biquads se realiza con alguna de las técnicas del tema anterior. Para valores bajos o medios de  $Q$  (alrededor de 20) es en general más conveniente utilizar biquads con un solo amplificador

operacional mientras que para valores grandes de  $Q$  conviene utilizar bi-quads multiamplificador.

### 6.4 Realización realimentada de lazo múltiple

Esta realización también utiliza una configuración en cascada pero con algún tipo de configuración realimentada de manera que se reduzcan las sensibilidades en la banda pasante (es bien conocido que la realimentación negativa reduce la sensibilidad de la salida a las variaciones de los componentes. Las distintas estructuras posibles tienen similar comportamiento de sensibilidad. Solamente nos concentraremos en la más importante de ellas, la estructura FLF (follow-the-leader feedback). La estructura LF estudiada como simulación de estructuras escalera LC también entra dentro de esta categoría.

La estructura FLF tiene la estructura general que se muestra en la Fig. 6.27.

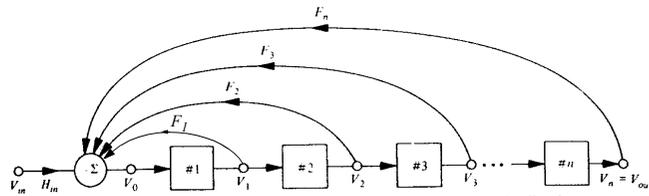


Figura 6.27: Diagrama de bloques de la estructura FLF.

La realización de los sumadores y realimentaciones se realiza con el circuito de la Fig. 6.28.

Suponemos que las secciones bicuadráticas no interactúan entre sí. Si tenemos  $n$  secciones el orden de  $H(s)$  será  $2n$ . Suponemos que los amplificadores operacionales son ideales. La tensión en la salida del primer sumador será:

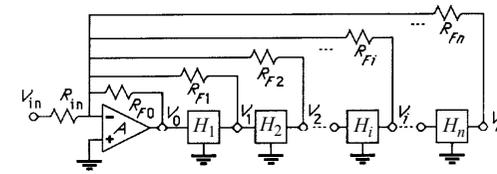


Figura 6.28: Circuito FLF construido con secciones de segundo orden  $H_j(s)$  y realimentación formada por un sumador con resistencias  $R_{Fi}$ .

$$-V_0 = \frac{R_{F0}}{R_{in}} V_{in} + \sum_{i=1}^n \frac{R_{F0}}{R_{Fi}} V_i = H_{in} V_{in} + \sum_{i=1}^n F_i V_i \quad (6.65)$$

donde la identificación de los nuevos parámetros aparece clara.

Cualquier tensión en un nudo interno es:

$$V_i = V_0 \prod_{j=1}^i H_j(s) \quad (6.66)$$

Por tanto, la función de transferencia

$$\frac{V_0}{V_{in}} = - \frac{H_{in}}{1 + \sum_{k=1}^n \left[ F_k \prod_{j=1}^k H_j(s) \right]} \quad (6.67)$$

y la de cualquier otro nudo interior:

$$\frac{V_i}{V_{in}} = - \frac{H_{in} \prod_{j=1}^i H_j(s)}{1 + \sum_{k=1}^n \left[ F_k \prod_{j=1}^k H_j(s) \right]} \quad (6.68)$$

En particular para el nudo  $n$ :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{H_{in} \prod_{j=1}^n H_j(s)}{1 + \sum_{k=1}^n \left[ F_k \prod_{j=1}^k H_j(s) \right]} \quad (6.69)$$

Si suponemos que los bloques implementan funciones de transferencia de primer orden:

$$H_j(s) = \frac{a}{s+a} \quad (6.70)$$

sustituyendo (6.70) en (6.69) se obtiene:

$$\frac{V_n}{V_{in}} = \frac{-H_{in} a^n}{(s+a)^n + \sum_{k=1}^n F_k a^k (s+a)^{n-k}} \quad (6.71)$$

que es una función de transferencia paso de baja todo polo por lo que comparando coeficientes es útil para realizar funciones de transferencia de este tipo.

Si se desea realizar un filtro paso de banda una posibilidad es realizar el filtro paso de baja y aplicar la transformación en frecuencia a cada bloque de la estructura FLF. Si aplicamos la transformación en frecuencia sobre la ecuación que nos representa cada bloque en (6.70) resulta:

$$H_j(p) = \frac{aBp}{p^2 + aBp + \omega_o^2} \quad (6.72)$$

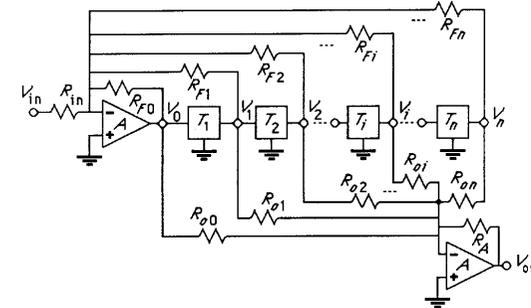
lo que requiere utilizar biquads paso de banda. Algo similar puede hacerse con filtros rechazo de banda.

Si consideramos que todos los biquads tienen el numerador proporcional a  $s$ , es decir, cada biquad es un filtro paso de banda de segundo orden:

$$H_i(s) = A_i \frac{s/Q_i}{s^2 + s/Q_i + 1} \quad (6.73)$$

donde  $A_i$  es la ganancia a la frecuencia mitad y  $Q_i$  es el factor de calidad de la sección. En este caso una función de transferencia arbitraria  $H(s)$  con numerador arbitrario (ceros de transmisión finitos no nulos) puede obtenerse sumando las tensiones intermedias  $V_i$  mediante un sumador como se muestra en la Fig. 6.28. La tensión de salida del sumador es:

$$V_{out} = - \sum_{i=0}^n \frac{R_{oi}}{R_{oi}} V_i = - \sum_{i=0}^n K_i V_i \quad (6.74)$$



**Figura 6.29: Estructura FLF con indicación del sumador de salida para realizar ceros de transmisión finitos.**

La función de transferencia resultante es:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = H_{in} \frac{K_0 + \sum_{k=1}^n \left[ K_k \prod_{j=1}^k H_j(s) \right]}{1 + \sum_{k=1}^n \left[ F_k \prod_{j=1}^k H_j(s) \right]} \quad (6.75)$$