

## APENDICE 1

# AMPLIFICADORES OPERACIONALES

## A1.1 Introducción

Las redes RC pueden tener ceros complejos pero sus polos son reales y se sitúan en el eje real negativo. Por tanto, son necesarios órdenes muy altos para conseguir pendientes elevadas. Sin embargo, combinando un circuito RC con un elemento de ganancia se pueden obtener polos complejos con  $Q$  elevada.

La disponibilidad del amplificador operacional (de tensiones) para este fin permitió el desarrollo del procesado analógico de señal. Más recientemente, otro elemento se está utilizando para implementaciones integradas de filtros activos: el amplificador operacional de transconductancia.

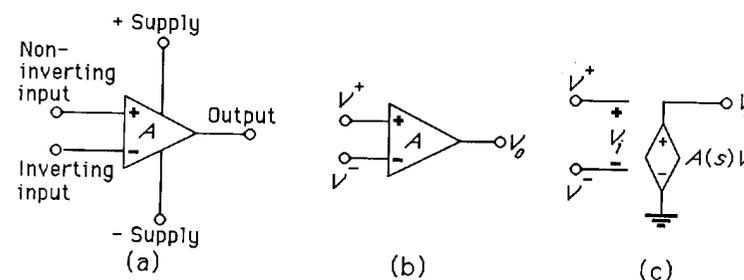
Básicamente los amplificadores operacionales son amplificadores diferenciales de tensión con ganancia muy alta a bajas frecuencias. Normalmente, se utilizan en configuraciones realimentadas para controlar la ganancia y el ancho de banda y estabilizar las aplicaciones frente a las elevadas variabilidades de los parámetros del amplificador.

## A1.2 El amplificador operacional de tensiones ideal

El amplificador operacional ideal tiene el símbolo de circuito que se muestra en la Fig. 1. La operación de un amplificador operacional se describe mediante:

$$V_o(s) = A(s)[V^+(s) - V^-(s)] \quad (\text{A1.1})$$

donde  $A(s)$  es la ganancia del amplificador operacional.

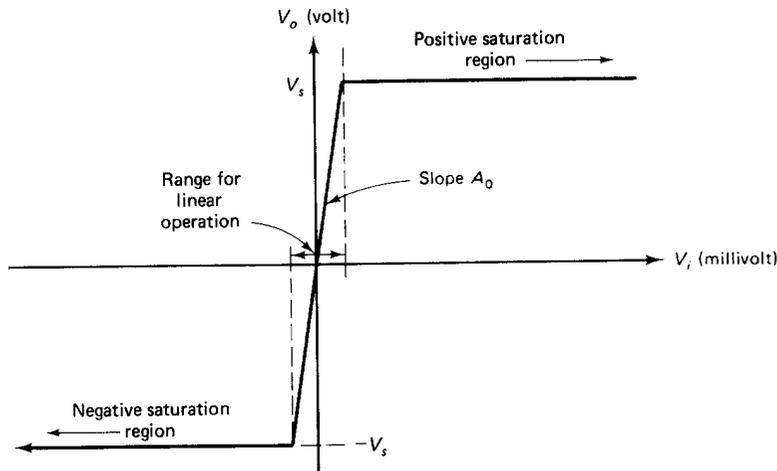


**Figura A1.1:** (a) Opamp con sus terminales principales; (b) símbolo usual; (c) modelo de pequeña señal.

A bajas frecuencias, la magnitud de la ganancia del amplificador operacional  $A_o = |A(j\omega)|$  es muy grande, típicamente  $A_o > 100\text{dB}$  para amplificadores operacionales bipolares y  $A_o > 80\text{dB}$  para amplificadores MOS.

Lo anterior constituye una descripción lineal. No se establece restricción alguna sobre la tensión de salida, pero es evidente que ésta debe restringirse a un rango finito. Con esta precisión, el modelo no-lineal ideal del amplificador operacional se muestra en la Fig. 2. Ya que la tensión de salida está limitada a una tensión menor que las fuentes de polarización, se deduce que la tensión diferencial de entrada debe ser muy pequeña para tener operación lineal:

$$V_i = V^+ - V^- = \frac{V_o}{A_o} \leq \frac{V_s}{A_o} \quad (\text{A1.2})$$



**Figura A1.2: Característica de transferencia típica de un opamp.**

Atendiendo al modelo anterior podemos distinguir dos regiones de funcionamiento: zona lineal y zona no-lineal. En la zona lineal la tensión de salida se mantiene en el rango  $-V_{s-}, V_{s+}$ . Esto significa que:

$$V_a = V_+ - V_- = \frac{V_o}{A} \ll 1 \tag{A1.3}$$

En zona no lineal la tensión de salida se sale del rango  $[-V_{s-}, V_{s+}]$ . Esto significa que la tensión de entrada  $V_a$  se independiza de la salida. En el tema que nos ocupa, el diseño de filtros, los amplificadores operacionales deben funcionar siempre en zona lineal. La operación del amplificador operacional en zona lineal se asocia al uso de realimentación.

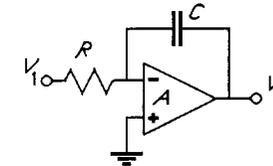
En zona lineal, el modelo ideal se reduce al modelo de tierra virtual: *ganancia infinita en lazo abierto*,  $A_o = \infty$ , *impedancia de entrada infinita*,  $R_i = \infty$ , *e impedancia de salida nula*,  $R_o = 0$ . A efectos de análisis de primer orden hay que considerar:

- a) La tensión en los terminales de entrada es la misma.
- b) La intensidad en los terminales de entrada es nula.

- c) La tensión de salida es un valor establecido  $V_o$ , una fuente ideal de tensión.

**Ejercicio**

A1.1.-Obtener el comportamiento del circuito de la Fig. 3.



**Figura A1.3: Integrador RC-activo.**

**Solución detallada**

Como la intensidad a través del terminal inversor es nula aplicando análisis nodal puede escribirse la ecuación:

$$\frac{v_1(t) - v^-(t)}{R} = C \frac{d}{dt} [v^-(t) - v_2(t)] \tag{A1.4}$$

Como el terminal inversor es tierra virtual  $v^-(t)=0$  y despejando  $v_2(t)$ :

$$v_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t v_1(\lambda) d\lambda \tag{A1.5}$$

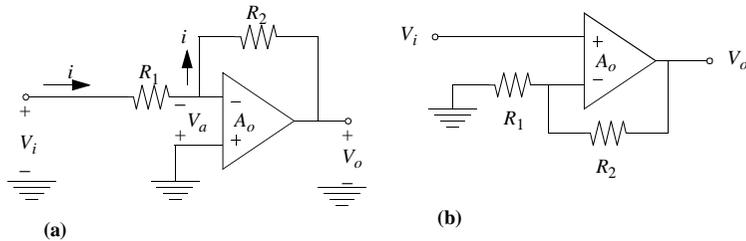
También puede verse en el dominio de la frecuencia:

$$\frac{V_1}{R} = -sCV_2 \quad \text{luego} \quad V_2 = -\frac{1}{sRC}V_1 \tag{A1.6}$$

Luego este circuito es un integrador ideal (hay que tener en cuenta que se ha considerado un modelo de amplificador operacional ideal).

**Ejercicio**

A1.2.-Analizar las configuraciones inversoras y no inversoras de la Fig. 4 considerando el modelo de tierra virtual de los amplificadores operacionales.



**Figura A1.4: Amplificador operacional en configuración realimentada: (a) Configuración inversora, (b) Configuración no-inversora.**

**Solución**

Su análisis conduce a las siguientes ganancias:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (A1.7)$$

El modelo ideal da una aproximación de primer orden, simplificando en gran medida el proceso de análisis y síntesis. La validez de la aproximación dependerá de muchos factores, como el nivel de impedancias y el rango de frecuencias.

En aplicaciones con un alto grado de precisión, y sobre todo cuando se disponga de la ayuda de ordenadores, habrá que incorporar modelos más precisos que tengan en cuenta las distintas no idealidades.

**A1.3 Funcionamiento no ideal del amplificador operacional**

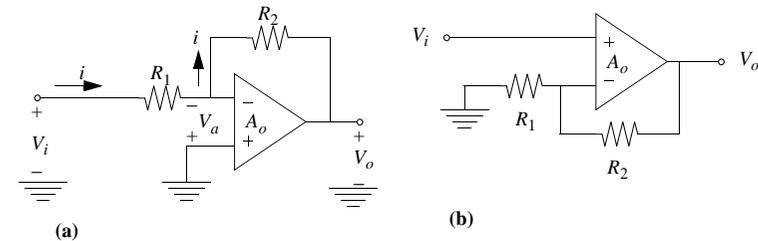
**A1.1.4 Ganancia finita en zona lineal**

La pendiente en zona lineal en la Fig. 2 es finita:

$$\frac{V_o}{V_a} = A_o \quad (\text{valor finito}) \quad (A1.8)$$

**Ejercicio**

A1.3.-Estudiar la influencia de esta ganancia finita en las configuraciones inversora y no-inversora de la Fig. 5.



**Figura A1.5: (a) Configuración inversora, (b) Configuración no-inversora.**

**Solución detallada**

Consideremos la configuración inversora de la Fig. 5(a). Suponiendo resistencia de entrada infinita:

$$i = \frac{1}{R_1} \left[ V_i + \frac{V_o}{A_o} \right] \quad (A1.9)$$

y la tensión de salida:

$$V_o = -\frac{V_o}{A_o} - iR_2 = -\frac{V_o}{A_o} - \frac{R_2}{R_1} \left[ V_i + \frac{V_o}{A_o} \right] \quad (\text{A1.10})$$

Despejando  $V_o$  de la ecuación anterior se obtiene finalmente:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A_o} = -\frac{R_2}{R_1} e \quad (\text{A1.11})$$

El valor de  $e$  da cuenta de la desviación respecto al modelo ideal provocada por  $A_o$ .

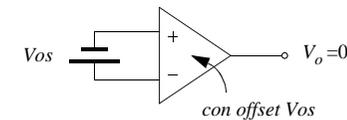
De igual modo se puede calcular dicha desviación para el amplificador no-inversor de la Fig. 5(b):

$$\frac{V_o}{V_i} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A_o} \quad (\text{A1.12})$$

### A1.1.5 Tensión de offset de entrada

Idealmente en los A.O. la tensión de salida es nula si no se aplica señal. En la práctica, las imperfecciones de los elementos y las disimetrías de los circuitos hacen que la tensión de salida no sea nula si se aplica tensión nula a las entradas. Esta tensión de offset en dc a la salida se suele representar mediante una fuente de tensión equivalente en el terminal de entrada no inversor y se denomina tensión de offset de entrada,  $V_{os}$ . Es la tensión que hay que aplicar entre los terminales de entrada del amplificador operacional para obtener una tensión nula a la salida, tal como se ilustra en la Fig. 6.

En principio, no debería ser importante la tensión de offset porque en filtros activos, o no hay transmisión en dc o si la hay no es importante el nivel de dc. Sin embargo, debe pensarse en las etapas de salida de los amplificadores operacionales. Si la tensión de offset es significativa, los rangos de



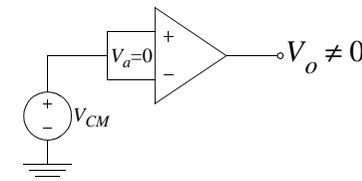
**Figura A1.6: Tensión de offset referida a la entrada.**

señal positivos y negativos pueden ser muy diferentes y aparecerá distorsión antes de lo previsto.

### A1.1.6 Razón de rechazo del modo común (CMRR)

Aunque el amplificador operacional ideal amplifica sólo la diferencia de señales de entrada, en la práctica se amplifica también las tensiones comunes a ambos terminales, como se ilustra en la Fig. 7, pudiéndose definir una ganancia de modo común:

$$A_{CM} = \frac{V_o}{V_{CM}} \quad (\text{A1.13})$$



**Figura A1.7: Ganancia en modo común.**

Se denomina razón de rechazo del modo común (CMRR) al cociente:

$$CMRR = \frac{A_d}{A_{CM}} \quad (\text{A1.14})$$

donde  $A_d$  es la ganancia diferencial.

### A1.1.7 Impedancia de entrada

Tanto ésta como la impedancia de salida son en general función de la frecuencia pero normalmente se consideran puramente resistivas. La impedancia de entrada de los actuales A.O., especialmente con etapas de entrada con transistores de efecto campo, es tan grande comparada con el nivel de impedancia de otros elementos que la aproximación ideal de impedancia de entrada infinita es muy precisa.

### A1.1.8 Impedancia de salida

La impedancia de salida de A.O. reales es finita. Por tanto, no puede despreciarse su efecto en la realimentación del amplificador, y en general, en todo el resto del filtro. Su influencia habrá que estudiarla en cada caso.

### A1.1.9 Rango de salida

Es la máxima amplitud que puede tener la señal de salida de los amplificadores operacionales manteniéndose la distorsión por debajo de un cierto nivel.

### A1.1.10 Ganancia dependiente de la frecuencia

Supongamos el amplificador no inversor de la Fig. 4b que se excita mediante una señal cuadrada. Idealmente no hay retraso entre entrada y salida y la señal de salida es:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_i = KV_i \quad (\text{A1.15})$$

En la práctica existe un retraso debido a la respuesta dinámica del amplificador.

### A1.1.10.1 Modelo de un polo

En general, la respuesta frecuencial de los amplificadores operacionales está determinada por muchos polos y ceros, pero para asegurar la estabilidad de las configuraciones en lazo cerrado, los amplificadores operacionales suelen diseñarse con un polo dominante real en  $s = -\sigma$  de tal manera que un modelo adecuado es:

$$A(s) = \frac{GB}{s + \sigma} \approx \frac{GB}{s} \quad (\text{A1.16})$$

donde GB es el producto ganancia-ancho de banda, definido como:

$$GB = A_o \sigma \quad (\text{A1.17})$$

y  $\sigma$  es la frecuencia de 3 decibelios de la ganancia del amplificador operacional.

#### Ejercicio

A1.4.-Obtener la respuesta del amplificador no inversor de la Fig. 4b cuando se aplica un pulso de amplitud E.

#### Solución

Si la amplitud de la señal de entrada es suficientemente pequeña:

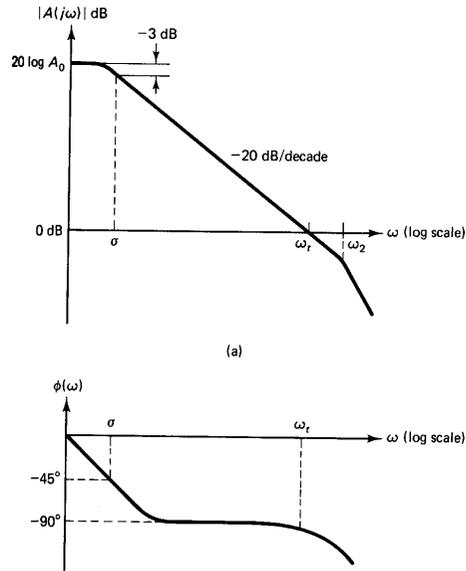
$$V_o(t) \cong KE \left[ 1 - e^{-\frac{t}{(K/GB)}} \right] \quad (\text{A1.18})$$

donde  $K = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ . La expresión anterior es válida siempre que la pendiente de la señal de salida:

$$\frac{dV_o}{dt} \cong E \cdot GB e^{-\frac{t}{(K/GB)}} \leq E \cdot GB \quad (\text{A1.19})$$

no supere un valor determinado.

La Fig. 8 muestra diagramas de magnitud y fase de  $A(j\omega)$ .



**Figura A1.8: Respuesta típica en frecuencia de amplificadores reales:**  
(a) magnitud; (b) fase.

Para frecuencias por debajo de la frecuencia de ganancia unidad, la magnitud y fase del amplificador operacional real son:

$$|A(j\omega)| = \frac{GB}{\sqrt{\omega^2 + \sigma^2}} \cong \frac{GB}{\omega} \quad (A1.20)$$

$$\phi(\omega) = -\text{atan} \frac{\omega}{\sigma}$$

Normalmente la frecuencia de 3dB es tan pequeña que en la mayoría de las situaciones  $\omega \gg \sigma$ . Por tanto, el trabajo de filtros puede basarse en las aproximaciones anteriores, es decir, se desprecia el efecto de la frecuencia de 3dB

y se supone que el amplificador operacional actúa como un integrador ideal. Sin embargo, en la Fig. 8 puede observarse que se producen desviaciones a frecuencias alrededor y por encima de GB, disminuyendo la fase por debajo de  $-90^\circ$ . Por tanto, a frecuencias altas, hay que usar un modelo más preciso que tenga en cuenta los efectos de segundo orden de los polos y ceros que se han despreciado en el modelo de un polo.

#### A1.1.10.2 Modelo multipolo

La mayoría de los efectos parásitos se modelan bien mediante un polo de frecuencia  $\omega_2$ , aproximadamente 2.5 a 4 veces mayor que GB. El modelo resultante es:

$$A(s) = \frac{GB}{(s + \sigma)(1 + s/\omega_2)} \cong \frac{GB}{s(1 + s/\omega_2)} \cong \frac{GB}{s} \left(1 - \frac{s}{\omega_2}\right) \quad (A1.21)$$

En la primera aproximación se ha supuesto que  $\omega \gg \sigma$  y en la segunda que  $\omega \ll \omega_2$ . Por tanto, la aproximación es válida en el rango  $\sigma \ll \omega \ll \omega_2$ , que es mayor que el rango en que se utilizan normalmente los filtros activos. La ventaja de aplicar la segunda aproximación es que la función de transferencia resultante es de menor orden, y por tanto más fácil de manejar e interpretar. En la mayor parte del trabajo con filtros se puede despreciar el efecto del segundo polo.

#### A1.1.11 Slew-rate

Todos los amplificadores operacionales tienen un slew-rate máximo, que significa el ritmo máximo de cambio que puede tener su señal de salida. La causa se encuentra en que las distintas etapas de los amplificadores sólo disponen de intensidades finitas para cargar y descargar condensadores de carga y de compensación, internos y externos.

La violación de este límite resulta en distorsión de señales y debe evitarse en aplicaciones lineales. Si la pendiente resultante de aplicar la ecua-

ción del comportamiento lineal (por ejemplo, la ecuación en (18)) es mayor que un valor límite, SR, dicho comportamiento lineal no es válido y se obtiene en realidad:

$$V_o(t) = SR \cdot t \quad (A1.22)$$

esto es, la salida se independiza de la entrada.

Normalmente nos interesan señales sinusoidales de la forma  $v(t) = V_o \sin \omega t$ , cuya pendiente máxima es  $V_o \omega$ , por lo que el límite impuesto para un rango de frecuencias dado es:

$$V_o = \frac{SR}{\omega_{max}} \quad (A1.23)$$

Este valor límite significa ya distorsión por lo que conviene permanecer alejado del límite. Otra limitación del nivel de señal viene dada por el hecho de que los amplificadores operacionales son amplificadores cuya tensión de salida debe ser menor que las tensiones de polarización, pudiendo dar también este hecho lugar a distorsión:

$$V_o < |V_{fuente - polarizacion}| \quad (A1.24)$$

### A1.1.12 Ruido y rango dinámico

El rango dinámico se define como el cociente (suele expresarse en dB) entre la máxima tensión de salida utilizable y la mínima tensión de salida utilizable. El límite superior viene impuesto por el punto en que el slew-rate o el rango de salida empiezan a introducir distorsión. La distorsión que se permite en un sistema suele especificarse en términos de distorsión armónica total. Ésta se mide introduciendo una señal sinusoidal a alguna frecuencia intermedia del rango de interés y se hace el cociente entre la potencia a la salida cuando se elimina el armónico fundamental utilizando un filtro rechazo de banda y la potencia del armónico fundamental. Este cociente suele ex-

presarse en %. Por ejemplo, para aplicaciones de audio de buena calidad, este porcentaje es inferior al 1%.

El límite inferior de señal para el rango dinámico viene determinado por el nivel de ruido. Por ruido entendemos cualquier señal que aparece a la salida del sistema y que no está relacionada con la excitación aplicada. El ruido a la salida del sistema se obtiene modelando las fuentes físicas de ruido mediante fuentes de tensión  $|e_{ni}|$  e intensidad  $|i_{ni}|$  en localizaciones adecuadas. Cada una de ellas tendrá una contribución al ruido total a la salida:

$$|e_{o,ni}| = |e_{ni}| |H_{ni}(j\omega)| \quad (A1.25)$$

donde  $|H_{ni}(s)|$  es la función de transferencia desde la fuente de ruido  $i$  a la salida. Considerando las fuentes de ruido aleatorias y descorrelacionadas el ruido total a la salida es:

$$|e_{on}| = \sqrt{\sum_{i=1}^m [|e_{ni}|^2 |H_{ni}(j\omega)|^2]} \quad (A1.26)$$

## A1.13 El amplificador de transconductancia

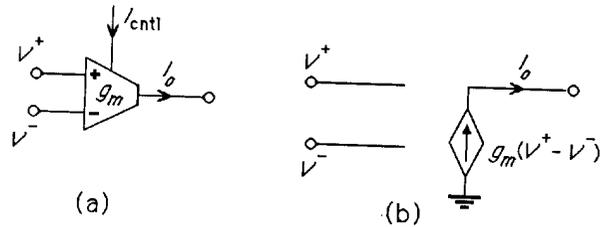
### A1.1.14 Descripción y modelado

Los amplificadores de transconductancia tienen anchos de banda significativamente mayores, pueden integrarse fácilmente y ajustarse electrónicamente mediante el cambio de una intensidad de polarización.

Un amplificador operacional de transconductancia ideal (OTA) se representa por el símbolo de la Fig. 9 y viene descrito por:

$$I_o = g_m (V^+ - V^-) \quad (A1.27)$$

Otra diferencia respecto a los amplificadores operacionales es que mientras que la utilización de éstos en aplicaciones lineales está vinculada al uso de

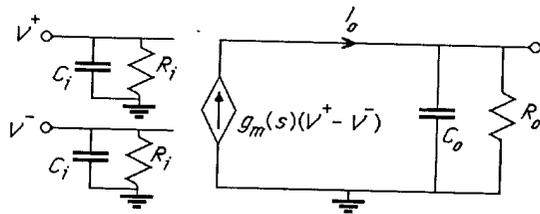


**Figura A1.9: (a) Símbolo de OTA; (b) Modelo de pequeña señal. Normalmente la transconductancia  $g_m$  es controlable mediante una intensidad de control.**

realimentación, en los transconductores no se aplica realimentación.

### A1.1.15 Efectos no ideales del amplificador de transconductancia

Cuando se diseñan filtros debe tenerse en cuenta que el OTA real tiene impedancia de entrada y salida finitas (debidas a los parásitos) como se indica en la Fig. 10. En muchas aplicaciones no es la dependencia de  $g_m$  con la frecuencia la que impone limitaciones al funcionamiento de los filtros sino las constantes de tiempo impuestas por las impedancias de entrada y salida junto con los efectos de carga.



**Figura A1.10: Modelo de OTA con transconductancia  $g_m$  dependiente de la frecuencia e impedancias de entrada y salida finitas.**

Otros efectos que limitan drásticamente el comportamiento son la no-linealidad y la alta variabilidad de la transconductancia  $g_m$ . Estas limitacio-

nes se hacen críticas debido a que la transconductancia interviene en el comportamiento de primer orden de los circuitos basados en OTAs. Para paliar los problemas de linealidad han de usarse estructuras de linealización que extiendan el rango de tensiones de entrada sobre un rango suficientemente amplio. Para paliar los problemas de la variabilidad se utilizan esquemas de control basados en la modificación de la transconductancia a través de una cierta intensidad.

## A1.1 Obtención de polos complejos con circuitos RC-activos

De forma general consideremos la Fig. 11 que muestra en circuito RC con un amplificador de ganancia  $-K$  en configuración realimentada. Si denominamos las funciones de transferencia  $V_3/V_i$ :

$$T_{31}(s) = \frac{V_3}{V_1} = \frac{N_{31}(s)}{D(s)} \quad T_{32}(s) = \frac{V_3}{V_2} = \frac{N_{32}(s)}{D(s)} \quad (A1.28)$$

entonces, la función de transferencia del circuito completo se puede calcular como:

$$V_2 = -K[T_{31}V_1 + T_{32}V_2] \quad (A1.29)$$

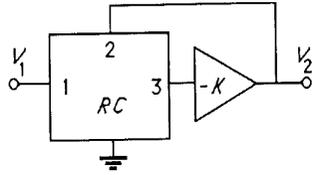
y  $H(s)$  es:

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{T_{31}(s)}{T_{32}(s) + \frac{1}{K}} = -\frac{N_{31}(s)}{N_{32}(s) + \frac{D(s)}{K}} \quad (A1.30)$$

Si la ganancia  $K$  es muy grande la función de transferencia se reduce a

$$H(s) \approx -\frac{N_{31}(s)}{N_{32}(s)} \quad (A1.31)$$

que puede tener polos y ceros complejos.



**Figura A1.11: Circuito con realimentación RC-activo.**