

## APENDICE 2

# BLOQUES BÁSICOS ACTIVOS

### A2.1 Diseño de funciones básicas utilizando amplificadores operacionales

Los amplificadores operacionales se utilizan con varios propósitos:

#### A) Amplificación de señales

#### B) Suma de señales

#### C) Simulación de la impedancia de otros elementos, frecuentemente un inductor

La simulación de inductores se realiza como indica la Fig. 1. Se construye un circuito RC activo cuya impedancia se aproxima a la de un inductor a tierra o flotante, tan bien como sea posible en la frecuencia de interés. Para un inductor a tierra se necesita un circuito cuya impedancia de entrada sea  $Z_{in}(s)=sL$  y para un inductor flotante se necesita una bipuerta cuya matriz de admitancia sea,

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{sL} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.1})$$

siendo  $I_1=-I_2$ . Debido a las tolerancias de los elementos y las no-idealidades

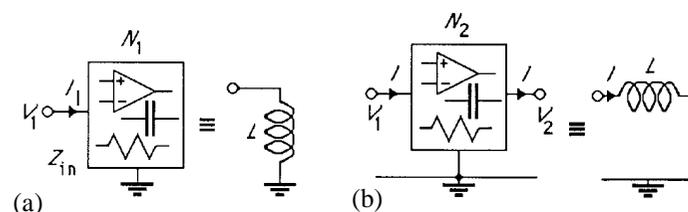


Figura A2.1: Ilustración de la simulación de (a) un inductor a tierra y (b) un inductor flotante mediante circuitos RC-activos.

de los amplificadores operacionales, las simulaciones serán imperfectas y serán válidas únicamente en un rango limitado de frecuencias. El inductor realizado no sólo tendrá un valor incorrecto y tendrá además parásitos sino que también tendrá pérdidas:

$$j\omega L \rightarrow j\omega L_r + R_L = j\omega L_r \left( 1 - j \frac{R_L}{\omega L_r} \right) = j\omega L_r \left( 1 - j \frac{1}{Q_L(\omega)} \right) \quad (\text{A2.2})$$

donde  $Q_L(\omega)$  es el factor de calidad del inductor.

#### D) Simulación operacional de la función de inductores y condensadores

Consideremos el inductor en serie y el condensador en paralelo de la Fig. 2a. Están descritos por las ecuaciones:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{sL} \quad V = \frac{I_1 - I_2}{sC} \quad (\text{A2.3})$$

La misma función de integración la realiza el circuito de la Fig. 2b:

$$V_o = \frac{V_1 - V_2}{sCR} \quad (\text{A2.4})$$

Está claro que debido a las no idealidades de los dispositivos aparecerán desviaciones respecto a la función de integración ideal. Por tanto, de forma análoga a la simulación de la impedancia de los inductores conviene introducir

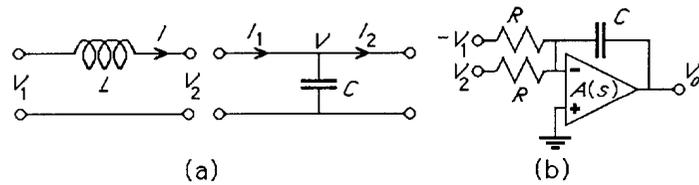


Figura A2.2: (a) Inductor serie y condensador paralelo realizando "integración"; (b) Equivalente con amplificadores operacionales.

un factor de calidad de los integradores. Denominamos  $T_L(s)=1/sL$  a la función de integración del inductor en (3). Sustituyendo  $j\omega L$  por  $j\omega L_r+R_L$  se obtiene:

$$T_L(j\omega) = \frac{1}{j\omega L_r + R_L} = \frac{1}{jIm(\omega) + Re(\omega)} \tag{A2.5}$$

Se puede definir entonces un factor de calidad del integrador como:

$$Q_I(\omega) = \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} = \frac{\omega L_r/R}{R_L/R} = \frac{\omega L_r}{R_L} \tag{A2.6}$$

de manera análoga al factor de calidad de los inductores.

A partir de (5) podemos obtener la fase y el error de fase del integrador:

$$T_L(j\omega) = \frac{1}{jIm(\omega) + Re(\omega)} = \frac{1}{jIm(\omega) \left[ 1 - j \frac{1}{Q_I(\omega)} \right]} \tag{A2.7}$$

de donde se obtiene la fase y el error de fase:

$$\phi_I(\omega) = -\frac{\pi}{2} + \text{atan} \frac{1}{Q_I(\omega)} = -\frac{\pi}{2} + \Delta\phi_I(\omega) \tag{A2.8}$$

Como era de esperar, el error de fase del integrador está determinado por el factor de calidad del integrador.

Similares resultados se obtienen para el integrador con condensador:

$$Q_I(\omega) = \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} = \frac{\omega C_r R}{G_C R} = \omega C_r R_C \tag{A2.9}$$

## A2.2 Amplificadores/sumadores

En muchas ocasiones durante el diseño de un filtro debe amplificarse una señal determinada o sumarse dos o varias señales con peso. Los circuitos apropiados son los amplificadores inversores y no-inversores de la Fig. 3.

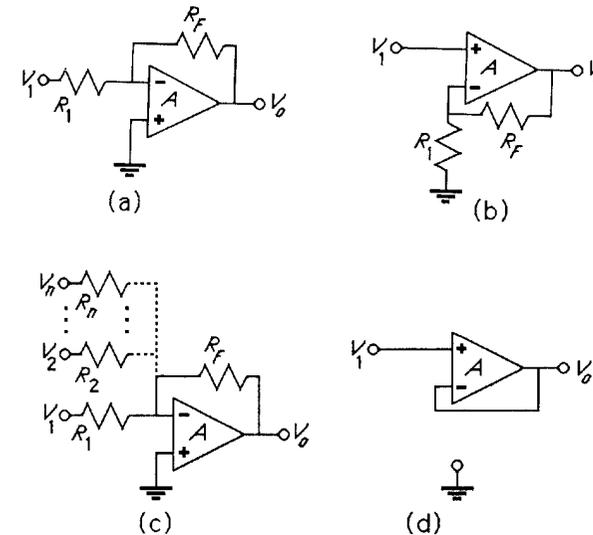


Figura A2.3: Circuitos activos elementales: (a) amplificador inversor; (b) amplificador no inversor; (c) sumador inversor; (d) buffer de ganancia unidad.

### Ejercicio

A2.1.- Obtener la ganancia en tensión del amplificador inversor de la Fig. 3a con un modelo genérico del amplificador operacional.

**Solución detallada**

Aplicando la ecuación del amplificador, principio de superposición y divisor de tensiones:

$$V_o = -A \left( \frac{R_F}{R_1 + R_F} V_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_F} V_o \right)$$

$$V_o \left( 1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_F} \right) = -A \frac{R_F}{R_1 + R_F} V_1 \quad (\text{A2.10})$$

$$V_o = -\frac{AR_F}{AR_1 + R_1 + R_F} V_1 = -\frac{R_F}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)} \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right)} V_1$$

**Ejercicio**

A2.2.- Obtener la ganancia en tensión del amplificador no-inversor de la Fig. 3b con un modelo genérico del amplificador operacional.

**Solución detallada**

Aplicando la ecuación del amplificador, principio de superposición y divisor de tensiones:

$$V_o = A \left( V_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_F} V_o \right)$$

$$V_o \left( 1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_F} \right) = AV_1 \quad (\text{A2.11})$$

$$V_o = \frac{A}{1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_F}} V_1 = \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right) \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)} \left( 1 + \frac{R_F}{R_1} \right)} V_1$$

Si  $|A(j\omega)| \rightarrow \infty$  las expresiones en (10) y (11) tienden a:

$$\frac{V_o}{V_i} = -K_o \quad \frac{V_o}{V_i} = (1 + K_o) \quad (\text{A2.12})$$

donde  $K_o = R_F/R_1$ . En realidad la ganancia de estos amplificadores depende de la frecuencia. Si modelamos  $A(s)$  como:

$$A(s) = \frac{GB}{s + \sigma} \cong \frac{GB}{s} \quad (\text{A2.13})$$

puede observarse que dichos amplificadores tienen un ancho de banda reducido:

$$\omega_K \cong \frac{GB}{1 + K_o} \quad (\text{A2.14})$$

y se obtiene que el producto ganancia ancho de banda en lazo cerrado  $(1+K_o)\omega_K$  es aproximadamente igual al producto ganancia-ancho de banda en lazo abierto GB.

El tercer circuito mostrado en la Fig. 3c es un sumador. Se ha construido a partir del amplificador inversor añadiendo nuevas entradas en el terminal de entrada inversor que es un nudo de tierra virtual.

**Ejercicio**

A2.3.- Obtener la ganancia en tensión del sumador de la Fig. 3c con un modelo genérico del amplificador operacional.

**Solución detallada**

El análisis de este circuito conduce a:

$$V_o = -A \left( \frac{\sum G_i V_i}{G} + \frac{G_F}{G} V_o \right) \quad (\text{A2.15})$$

siendo  $G = G_F + \sum(G_i)$ . Agrupando términos:

$$V_o \left( 1 + A \frac{G_F}{G} \right) = -A \frac{\sum G_i V_i}{G} \quad (\text{A2.16})$$

Por lo que la operación del circuito sumador es:

$$V_o = - \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)} \frac{G}{G_F}} \sum_{i=1}^n \frac{G_i}{G_F} V_i \quad (\text{A2.17})$$

En el caso ideal  $|A(j\omega)| \rightarrow \infty$  y (17) se reduce a:

$$V_o = - \sum_{i=1}^n \frac{G_i}{G_F} V_i \quad (\text{A2.18})$$

donde cada coeficiente se puede ajustar independientemente, lo que resulta muy adecuado para ajuste de filtros activos. La operación de suma puede llevarse a cabo siempre que se disponga de un nodo de tierra virtual en un circuito activo, no es necesario construir un sumador aislado.

### Ejercicio

A2.4.- Demostrar que el sumador generalizado de la Fig. 4 permite sumar y restar señales pero a diferencia del sumador de la Fig. 3c no permite un ajuste independiente de los coeficientes.

Otro circuito interesante es el buffer de la Fig. 3d. Es un caso especial del amplificador no inversor con  $R_F=0$  y  $R_1=\infty$ . Su ganancia es pues:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{A(s)}{1 + A(s)} = \frac{1}{1 + 1/A(s)} \Big|_{s=j\omega} \cong \frac{1}{1 + s/GB} \quad (\text{A2.19})$$

El ancho de banda de 3dB de este buffer es GB, y puede observarse que  $V_o/V_i \cong 1$  para las frecuencias normales de funcionamiento  $\omega \ll GB$ . La utilidad de este amplificador de ganancia unidad es su alta impedancia de en-

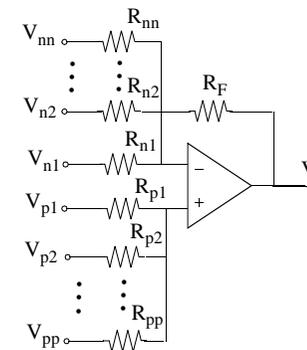


Figura A2.4: Sumador generalizado

trada y su baja impedancia de salida:

$$Z_{in} \cong R_i \quad Z_{out} \cong \frac{R_o}{1 + A(s)} \cong 0 \quad (\text{A2.20})$$

Luego este circuito puede tener grandes cargas sin cargar los filtros activos puesto que no se extrae prácticamente ninguna intensidad del filtro.

## A2.3 Integradores

Los integradores realizan una función importante en el diseño de filtros activos. No sólo simulan la operación de inductores y condensadores sino que pueden utilizarse para construir secciones de segundo orden, mediante la conexión de dos integradores en un bucle, como se muestra en la Fig. 5.

Si consideramos como modelo para cada integrador  $1/s$ :

$$V_2 = \frac{1}{s} V^+ = \frac{1}{s} \left( K V_1 - a V_2 - \frac{1}{s} V_2 \right) \quad (\text{A2.21})$$

de donde se obtiene la siguiente función de transferencia:

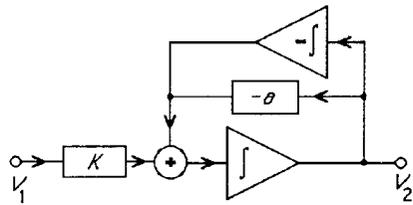


Figura A2.5: Lazo de dos integradores para implementar un filtro de segundo orden.

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Ks}{s^2 + as + 1} \tag{A2.22}$$

Combinando, pues, un integrador inversor y uno no inversor se obtiene una función de transferencia de segundo orden.

### A2.0.1 Integradores inversores

El integrador básico puede obtenerse a partir del amplificador inversor sustituyendo  $R_F$  por  $1/sC$ , tal como se muestra en la Fig. 6. Puede obtenerse pues la función de transferencia a partir de la del amplificador inversor:

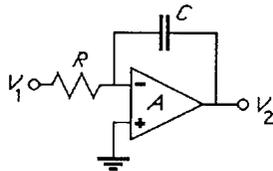


Figura A2.6: Integrador Miller.

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)} \left(1 + \frac{1}{sCR}\right)} \tag{A2.23}$$

Las desviaciones respecto al comportamiento ideal pueden evaluarse a tra-

vés del factor de calidad o error de fase del integrador.

### Ejercicio

A2.5.- Obtener el factor de calidad y el error de fase del integrador Miller.

### Solución detallada

Sustituyendo  $A(s) = GB/s$  y suponiendo que  $GBCR \gg 1$  se obtiene:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{sCR \left(1 + \frac{s}{GB} + \frac{1}{GBCR}\right)} \cong -\frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{s}{GB}} \tag{A2.24}$$

Para  $s=j\omega$ :

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{j\omega CR - \omega^2 CR/GB} \tag{A2.25}$$

Comparando con las expresiones anteriores se obtiene el error de fase y el factor de calidad del integrador:

$$\Delta\phi \cong -\text{atan} \frac{\omega}{GB} = -\text{atan} \frac{1}{|A(j\omega)|} \quad Q_I \cong -\frac{GB}{\omega} = -|A(j\omega)| \tag{A2.26}$$

El factor de calidad del integrador Miller es negativo y viene determinado por la ganancia del A.O. a la frecuencia de interés. Por tanto, es importante tener ganancias grandes.

Si el factor de calidad es demasiado bajo se pueden utilizar métodos de compensación pasiva o activa, tales como los de las Fig. 7 y Fig. 8.

### Ejercicio

A2.6.- Estudiar el uso del circuito de la Fig. 7 como método de compensación pasiva del integrador Miller para minimizar el error de fase y aumentar por tanto su factor de calidad. Estudiar los problemas asociados a dicha compensación pasiva.

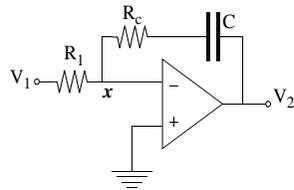


Figura A2.7: Integrador Miller con compensación pasiva.

**Solución detallada**

En primer lugar calculamos la función de transferencia del circuito de la figura. Analizamos el circuito utilizando un modelo de un polo para el amplificador operacional  $A(s) = \frac{GB}{s}$  y calculando la tensión en el nudo x mediante el principio de superposición y el divisor de tensiones:

$$V_2 = -\frac{GB}{s} \left[ \frac{R_c + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_c + \frac{1}{sC}} V_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_c + \frac{1}{sC}} V_2 \right] \quad (A2.27)$$

Agrupando términos:

$$V_2 \left[ 1 + \frac{\frac{GB}{s} R_1}{R_1 + R_c + \frac{1}{sC}} \right] = -\frac{GB}{s} \frac{R_c + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_c + \frac{1}{sC}} V_1 \quad (A2.28)$$

$$V_2 [sC(R_1 + R_c) + 1 + GBR_1 C] = -\frac{GB}{s} [1 + sR_c C] V_1$$

La función de transferencia:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{\frac{GB R_c C}{s} \left[ s + \frac{1}{R_c C} \right]}{sC(R_1 + R_c) + 1 + GBR_1 C} \quad (A2.29)$$

Dividiendo numerador y denominador por  $GBR_c(R_1 + R_c)C^2$ :

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{sC(R_1 + R_c)} \frac{s + \frac{1}{R_c C}}{\frac{1}{GBR_c C} \left[ s + \frac{1}{(R_1 + R_c)C} + \frac{GBR_1}{R_1 + R_c} \right]} \quad (A2.30)$$

Para que fuera un integrador ideal tendría que cancelarse el cero en el semi-plano de la izquierda con el polo. Es decir, tendría que verificarse:

$$\frac{1}{R_c C} = \frac{1}{(R_1 + R_c)C} + \frac{GBR_1}{R_1 + R_c} = \frac{1 + GBR_1 C}{(R_1 + R_c)C} \quad (A2.31)$$

La solución de esta ecuación es:

$$R_c = \frac{1}{GBC} \quad (A2.32)$$

El esquema pasivo de la Fig. 7 proporciona una compensación de primer orden pero tiene dificultades en su aplicación práctica porque se está tratando de fijar una correspondencia entre elementos muy distintos eléctricamente: se está tratando que la resistencia, un elemento pasivo, guarde una cierta relación con un parámetro activo, el  $GB$ , que suele presentar unas variabilidades muy grandes. Por lo tanto, la resistencia de compensación debería tener un valor distinto para cada amplificador. Es más, la compensación desaparece si  $GB$  varía debido a un cambio en las condiciones de operación.

**Ejercicio**

A2.7.- Estudiar el uso del circuito de la Fig. 8 como método de compensación activa del integrador Miller

**Solución detallada**

Calculamos en primer lugar la función de transferencia del integrador. Las relaciones impuestas por los amplificadores operacionales son:

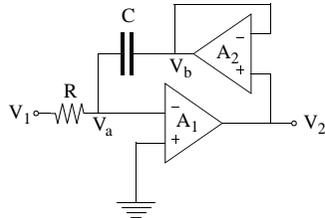


Figura A2.8: Integrador Miller con compensación activa.

$$\begin{aligned} V_2 &= -A_1 V_a \\ V_b &= A_2(V_2 - V_b) \end{aligned} \quad (\text{A2.33})$$

de donde:

$$\begin{aligned} V_a &= -\frac{V_2}{A_1} \\ V_b &= \frac{A_2 V_2}{1 + A_2} \end{aligned} \quad (\text{A2.34})$$

Aplicando análisis nodal en el nudo a:

$$\frac{1}{R} \left( V_1 + \frac{V_2}{A_1} \right) = sC \left( -\frac{V_2}{A_1} - \frac{A_2 V_2}{1 + A_2} \right) \quad (\text{A2.35})$$

Separando términos:

$$V_1 = -V_2 \left( \frac{1}{A_1} + \frac{sRC}{A_1} + \frac{sRCA_2}{1 + A_2} \right) \quad (\text{A2.36})$$

de donde la función de transferencia del integrador:

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{\frac{1 + sRC}{A_1} + sRC \frac{1}{1 + \frac{1}{A_2}}} \quad (\text{A2.37})$$

Consideraremos un modelo de un polo para el amplificador operacional  $A(s) = \frac{GB}{s}$ . Para las frecuencias típicas de operación  $\left| \frac{s}{GB} \right| \ll 1$  por lo que se puede truncar con buena aproximación el siguiente desarrollo en serie:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{A_2}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{GB_2}} \approx 1 - \frac{s}{GB_2} + \frac{s^2}{GB_2^2} - \frac{s^3}{GB_2^3} \quad (\text{A2.38})$$

Sustituyendo en (37):

$$H(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{\frac{s(1 + sRC)}{GB_1} + sRC \left( 1 - \frac{s}{GB_2} + \frac{s^2}{GB_2^2} - \frac{s^3}{GB_2^3} \right)} \quad (\text{A2.39})$$

Hacemos  $s = j\omega$ :

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{V_2}{V_1} = \\ &= -\frac{1}{j\omega RC \left( 1 + \frac{1}{GB_1 RC} - \frac{\omega^2}{GB_2^2} \right) + \frac{\omega^2 RC}{GB_2} \left( 1 - \frac{GB_2}{GB_1} - \frac{\omega^2}{GB_2^2} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A2.40})$$

El factor de calidad es pues:

$$Q_I = \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} \cong \frac{GB_2}{\omega} \frac{1 + \frac{1}{GB_1 RC} - \frac{\omega^2}{GB_2^2}}{1 - \frac{GB_2}{GB_1} - \frac{\omega^2}{GB_2^2}} \quad (\text{A2.41})$$

Si suponemos que  $GB_1 RC \gg 1$  y  $\frac{\omega}{GB_2} \ll 1$ :

$$Q_I \cong \frac{GB_2}{\omega} \frac{1}{1 - \frac{GB_2}{GB_1} - \frac{\omega^2}{GB_2^2}} \quad (\text{A2.42})$$

Si consideramos que los dos amplificadores operacionales son idénticos:

$$GB_1 = GB_2 = GB \quad (\text{A2.43})$$

entonces:

$$Q_I \cong -\left(\frac{GB}{\omega}\right)^3 = -|A(j\omega)|^3 \quad (\text{A2.44})$$

que significa una mejora significativa respecto al integrador Miller. Si consideramos por ejemplo una realización con dos amplificadores operacionales con un producto ganancia-ancho de banda de 1 MHz y una frecuencia de operación de 10KHz entonces el factor de calidad del integrador es:

$$Q_I \cong -(10^2)^3 = -10^6 \quad (\text{A2.45})$$

mientras que un integrador Miller usando el mismo amplificador operacional tendría  $Q_I \cong -10^2$ .

Para obtener dicho factor de calidad hay que suponer coincidencia perfecta entre ambos amplificadores.

Si el desapareamiento entre ambos amplificadores es suficientemente grande para poder despreciar el término  $\frac{\omega^2}{GB_2^2}$  tendremos:

$$Q_I \cong \frac{GB_2}{\omega} \frac{1}{1 - \frac{GB_2}{GB_1}} = \frac{|A_2(j\omega)|}{1 - \frac{GB_2}{GB_1}} \quad (\text{A2.46})$$

Si consideramos el mismo ejemplo numérico anterior pero ahora considera-

mos que entre los producto ganancia-ancho de banda de los amplificadores operacionales existe un desapareamiento del 1% tendremos que el factor de calidad se ha deteriorado a:

$$Q_I \cong \frac{10^6}{10^4 \cdot 1 - 0.99} = 10^4 \quad (\text{A2.47})$$

### A2.0.2 Integradores no inversores

El método más simple para obtener un integrador no inversor es conectar un amplificador inversor y un integrador Miller en cascada como se muestra en la Fig. 9a. El circuito adicional reduce el factor de calidad  $Q_I$  de la cascada inversor-integrador Miller.

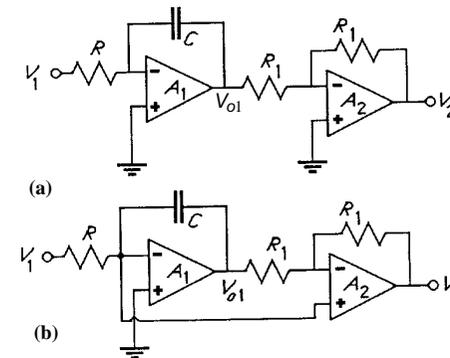


Figura A2.9: Integradores no inversores: (a) Cascada Miller-inversor; (b) Cascada modificada Miller-inversor.

#### Ejercicio

A2.8.- Calcular el factor de calidad del integrador no-inversor de la Fig. 9a.

**Solución detallada**

Consideramos que los amplificadores operacionales tienen impedancia de salida nula por lo que la función de transferencia del integrador no-inversor de la Fig. 9a puede obtenerse como el producto de la función de transferencia en tensión del integrador Miller y la de un amplificador inversor de ganancia unidad. Para el integrador Miller se ha obtenido la función de transferencia en (23):

$$\frac{V_{01}}{V_1} = -\frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)} \left(1 + \frac{1}{sCR}\right)} \quad (\text{A2.48})$$

y para el amplificador inversor se ha obtenido en (11), que para resistencias iguales se particulariza a:

$$\frac{V_2}{V_{01}} = -\frac{2}{1 + \frac{2}{A(s)}} \quad (\text{A2.49})$$

La cascada tendrá como ganancia el producto de ambas y considerando un modelo de un polo de los amplificadores operacionales  $A(s) = \frac{GB}{s}$  (el mismo para ambos):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{s}{GB} \left(1 + \frac{1}{sCR}\right)} \frac{1}{1 + \frac{2s}{GB}} \quad (\text{A2.50})$$

Sustituyendo  $s=j\omega$  para separar parte real e imaginaria y calcular el factor de calidad del integrador:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{j\omega CR} \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{GB} + \frac{1}{GBCR}} \frac{1}{1 + \frac{2j\omega}{GB}} \quad (\text{A2.51})$$

Suponiendo  $GBCR \gg 1$  se tiene que

$$\frac{V_2}{V_1} \cong \frac{1}{j\omega CR} \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{GB}\right) \left(1 + \frac{2j\omega}{GB}\right)} = \frac{1}{j\omega CR} \frac{1}{1 - 2\frac{\omega^2}{GB^2} + j3\frac{\omega}{GB}} \quad (\text{A2.52})$$

Por tanto el factor de calidad es:

$$Q_I = -\frac{1 - 2\frac{\omega^2}{GB^2}}{3\frac{\omega}{GB}} \quad (\text{A2.53})$$

Para las frecuencias de interés  $\omega \ll GB$  se puede aproximar:

$$Q_I \cong -\frac{1}{3\frac{\omega}{GB}} = -\frac{1}{3} \frac{GB}{\omega} = -\frac{1}{3} |A(j\omega)| \quad (\text{A2.54})$$

-----  
Pero mediante el simple cambio de una interconexión, como se muestra en la Fig. 9b, puede obtenerse el mismo factor de calidad que el integrador Miller.

**Ejercicio**

A2.9.- Calcular el factor de calidad del integrador no-inversor de la Fig. 9b

**Solución detallada**

Consideramos que los amplificadores operacionales tienen impedancia de salida nula por lo que la función de transferencia del integrador no-inversor de la Fig. 9b puede obtenerse como el producto de las funciones de transferencia de los dos bloques en cascada. La nueva interconexión no afecta a la realización del producto puesto que está conectado a un amplificador de impedancia de entrada infinita por lo que no circula intensidad. Para el integrador Miller se ha obtenido la función de transferencia en (23):

$$\frac{V_{o1}}{V_1} = -\frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_1(s)} \left(1 + \frac{1}{sCR}\right)} \quad (\text{A2.55})$$

La ganancia del segundo bloque considerando ecuación del amplificador operacional, principio de superposición y divisor de tensiones:

$$V_2 = A_2 \left[ -\frac{V_{o1}}{A_1} - \frac{1}{2}V_2 - \frac{1}{2}V_{o1} \right]$$

$$V_2 \left(1 + \frac{A_2}{2}\right) = -\frac{1}{2}A_2 \left(1 + \frac{2}{A_1}\right) V_{o1} \quad (\text{A2.56})$$

$$\frac{V_2}{V_{o1}} = -\frac{\frac{1}{2}A_2 \left(1 + \frac{2}{A_1}\right)}{1 + \frac{A_2}{2}} = -\frac{A_2 \left(1 + \frac{2}{A_1}\right)}{2 + A_2} = -\frac{\left(1 + \frac{2}{A_1}\right)}{\left(1 + \frac{2}{A_2}\right)}$$

Por tanto, para el integrador no-inversor se tiene la función de transferencia:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{sCR} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_1(s)} \left(1 + \frac{1}{sCR}\right)} \frac{1 + 2/A_1(s)}{1 + 2/A_2(s)} \quad (\text{A2.57})$$

Si consideramos los amplificadores operacionales idénticos, la cascada modificada de integrador Miller e inversor tiene el mismo factor de calidad que el integrador Miller simple:

$$Q_I = -|A(j\omega)| \quad (\text{A2.58})$$

### Ejercicio

A2.10.- Demostrar que el circuito de la Fig. 10 (integrador de Deboo) es un integrador no inversor y obtener su factor de calidad.

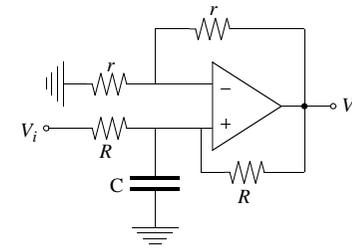


Figura A2.10: Integrador de Deboo.

### Solución detallada

El integrador de Deboo tiene la particularidad de ser un integrador no inversor con un único amplificador operacional.

Calculamos en primer lugar la función de transferencia. Aplicamos ecuación constitutiva del amplificador operacional, principio de superposición y divisor de tensiones:

$$V_o = A(s) \left[ \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{R + \frac{R}{1 + sRC}} V_i + \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{R + \frac{R}{1 + sRC}} V_o - \frac{1}{2} V_o \right] \quad (\text{A2.59})$$

Agrupando términos:

$$V_o \left[ 1 + \frac{A}{2} - \frac{A}{2 + sRC} \right] = \frac{A}{2 + sRC} V_i \quad (\text{A2.60})$$

Resultando la función de transferencia en tensión:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{A}{2 + sRC}}{1 + \frac{A}{2} - \frac{A}{2 + sRC}} = \frac{1}{\frac{2 + sRC}{A} + \frac{sRC}{2}} \quad (\text{A2.61})$$

Utilizamos el modelo de un polo para el amplificador operacional:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\frac{2s}{GB} + \frac{s^2 RC}{GB} + \frac{sRC}{2}} \quad (\text{A2.62})$$

Hacemos  $s = j\omega$ :

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{-\frac{\omega^2 RC}{GB} + j\omega \left[ \frac{RC}{2} + \frac{2}{GB} \right]} \quad (\text{A2.63})$$

por lo que el factor de calidad:

$$Q_I = -\frac{\frac{RC}{2} + \frac{2}{GB}}{\frac{\omega RC}{GB}} \quad (\text{A2.64})$$

y despreciando  $\frac{2}{GB}$  frente a  $\frac{RC}{2}$ :

$$Q_I \approx -\frac{\frac{RC}{2}}{\frac{\omega RC}{GB}} = -\frac{GB}{2\omega} = -\frac{1}{2}|A(j\omega)| \quad (\text{A2.65})$$

### Ejercicio

A2.11.- Demostrar que intercambiando los terminales de entrada del amplificador operacional de un integrador inversor Miller y colocando un amplificador inversor de ganancia  $-1$  en el lazo de realimentación como se muestra en la Fig. 11 se obtiene un integrador no inversor con factor de calidad positivo (adelanto de fase o “phase-lead”).

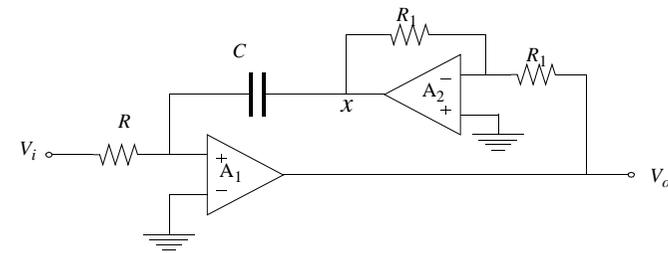


Figura A2.11: Integrador no inversor con adelanto de fase.

### Solución detallada

Calculamos la función de transferencia del integrador utilizando ganancias genéricas de los amplificadores operacionales. Aplicando la relación impuesta por el amplificador  $A_1$ , principio de superposición y divisor de tensiones:

$$V_o = A_1 \left[ \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_i + \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} V_x \right] \quad (\text{A2.66})$$

De la misma forma, para el amplificador  $A_2$ :

$$V_x = -A_2 \left[ \frac{1}{2} V_o + \frac{1}{2} V_x \right] \quad (\text{A2.67})$$

de donde:

$$V_x = \frac{\frac{-A_2}{2}}{1 + \frac{-A_2}{2}} V_o = -\frac{1}{1 + \frac{2}{A_2}} V_o \quad (\text{A2.68})$$

y sustituyendo en (66):

$$V_o = A_1 \left[ \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_i - \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} \frac{1}{1 + \frac{2}{A_2}} V_o \right] \quad (\text{A2.69})$$

Agrupando términos:

$$V_o \left[ 1 + \frac{sRC}{1 + sRC} \frac{A_1}{1 + \frac{2}{A_2}} \right] = \frac{A_1}{1 + sRC} V_i \quad (\text{A2.70})$$

Utilizamos un modelo de un polo de los amplificadores operacionales  $A_i(s) = GB_i/s$ . La función de transferencia:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{GB_1}{s}}{1 + sRC + sRC \frac{s}{1 + \frac{2s}{GB_2}}} \quad (\text{A2.71})$$

Como la frecuencia de operación  $\omega \ll GB$  podemos aproximar:

$$\frac{1}{1 + \frac{2s}{GB_2}} \approx 1 - \frac{2s}{GB_2} \quad (\text{A2.72})$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{V_o}{V_i} \cong \frac{GB_1}{s + s^2 RC + sGB_1 RC \left(1 - \frac{2s}{GB_2}\right)} = \\ &= \frac{GB_1}{s + s^2 RC + sGB_1 RC - 2s^2 RC \frac{GB_1}{GB_2}} \end{aligned} \quad (\text{A2.73})$$

Haciendo  $s = j\omega$ :

$$H(j\omega) = \frac{1}{-\frac{\omega^2 RC}{GB_1} + 2\omega^2 RC \frac{1}{GB_2} + j\omega \left[ RC + \frac{1}{GB_1} \right]} \quad (\text{A2.74})$$

El factor de calidad:

$$Q_I \cong \frac{\omega RC + \frac{\omega}{GB_1}}{\frac{2\omega^2 RC}{GB_2} - \frac{\omega^2 RC}{GB_1}} \quad (\text{A2.75})$$

Suponiendo  $GB_1 RC \gg 1$  se tiene que

$$Q_I \cong \frac{\omega RC}{\frac{2\omega^2 RC}{GB_2} - \frac{\omega^2 RC}{GB_1}} = \frac{1}{\frac{2\omega}{GB_2} - \frac{\omega}{GB_1}} \quad (\text{A2.76})$$

Si suponemos que los productos ganancia-ancho de banda de los amplificadores son iguales  $GB_1 = GB_2 = GB$ :

$$Q_I \cong \frac{GB}{\omega} = |A(j\omega)| \quad (\text{A2.77})$$

### Ejercicio

A2.12.- Demostrar que colocando un seguidor en el lazo de realimentación del integrador en cascada Miller-inversor modificado, tal como se muestra en la Fig. 12, se obtiene un integrador no inversor con factor de calidad muy alto y negativo (retrato de fase o “phase-lag”).

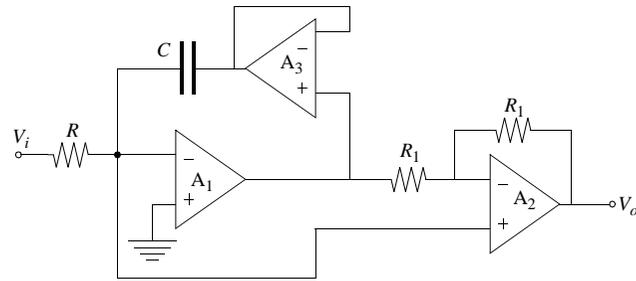


Figura A2.12: Integrador no inversor con alto factor de calidad.

**Ejercicio**

A2.13.- La Fig. 13(a) muestra un integrador pasivo con pérdidas. Investigar qué tipo de elemento hay que conectar en paralelo con el condensador para anular las pérdidas.

Estudiar el posible uso del circuito de la Fig. 13(b) para implementar dicho elemento (puede considerar que el amplificador operacional es ideal).

Estudiar el tipo de integrador resultante y obtener su factor de calidad suponiendo un modelo de un polo ( $A(s)=GB/s$ ) para el amplificador operacional. No olvide tomar la salida del integrador en un nudo de baja impedancia.

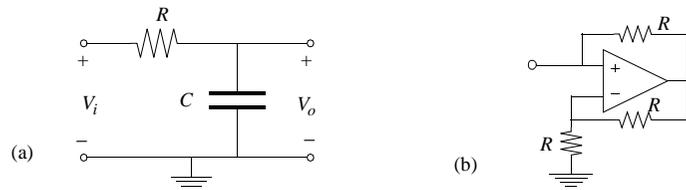


Figura A2.13:

**Ejercicio**

A2.14.- Estudiar si en el integrador “phase-lead” de la Fig. 14 pueden aparecer problemas de estabilidad si el segundo polo de los amplificadores operacionales no está al menos dos veces por encima del  $GB$ . Utilice el modelo de dos polos  $A(s) \cong \frac{GB}{s} \left(1 - \frac{s}{\omega_2}\right)$ . Puede considerar que ambos amplificadores operacionales son idénticos.

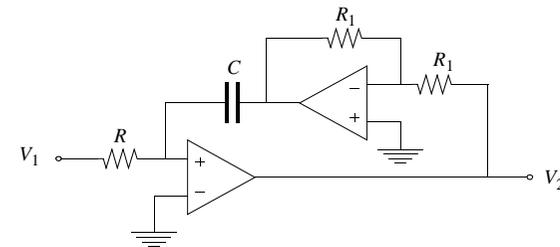


Figura A2.14:

**A2.4 Giradores**

Uno de los propósitos de circuitos activos es la simulación de inductores, de forma que la impedancia de entrada sea inductiva. La técnica más conocida para la simulación de inductores está basada en el uso de giradores. Un girador, cuyo símbolo se muestra en la Fig. 15, es una bipuerta descrita por las ecuaciones:

$$I_1 = \frac{1}{r} V_2 \quad I_2 = \left(-\frac{1}{r}\right) V_1 \tag{A2.78}$$

y la impedancia de entrada es:

$$Z_{in}(s) = Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = r^2 \frac{-I_2}{V_2} = r^2 Y_{load}(s) \tag{A2.79}$$

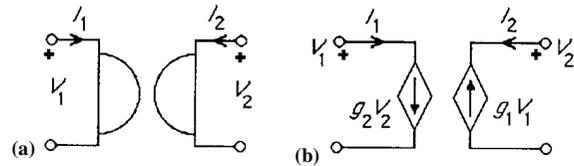


Figura A2.15: (a) Símbolo del girador; (b) Modelo de pequeña señal equivalente.

donde  $r$  es la *resistencia del girador* y  $Y_{load}(s)$  es la admitancia de carga. Está claro que si  $Y_{load}=sC$ ,  $Z_{in}$  será de tipo inductivo.

Ya que la mayoría de los diseños de giradores tienen tierra común entre las puertas de entrada y salida, se simulan inductores conectados a tierra, como indica la Fig. 16a. Para simular inductores flotantes se suele recurrir a un circuito como el de la Fig. 16b, construido a partir de dos giradores con tierra común.

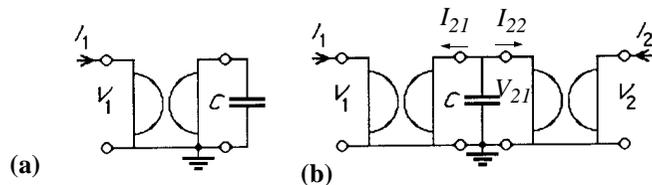


Figura A2.16: Simulación mediante giradores de (a) un inductor a tierra; (b) un inductor flotante.

**Ejercicio**

A2.15.- Calcular la inductancia del inductor flotante simulado por la estructura de la Fig. 16b.

**Solución**

Si los dos giradores son idénticos se simula un inductor de valor  $L=r^2C$ .

**Ejercicio**

A2.16.- Discutir el tipo de función que realiza la bipuerta activa de la Fig.

17.

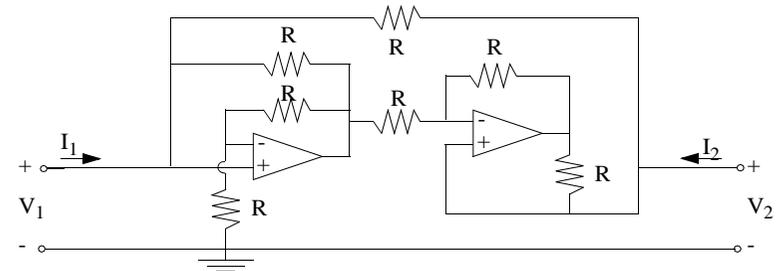


Figura A2.17: Bipuerta activa.

Si bien los giradores se adecúan muy bien a su realización utilizando OTAs, no ofrece ventajas su realización utilizando amplificadores operacionales por lo que para la simulación de la impedancia de inductores utilizando amplificadores operacionales se suelen utilizar convertidores de inmitancia.

**A2.5 Convertidores de inmitancia**

La estructura general de un convertidor de inmitancia se muestra en la Fig. 18<sup>1</sup>. Utilizando modelos ideales de los A.O. se obtiene que:

1. Para una deducción lógica de la estructura de un convertidor de inmitancia consultar apéndice A.7.

$$\begin{aligned}
 I_4 &= Y_5 V_1 \\
 V_4 &= V_1 \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) \\
 I_3 = I_2 &= -\frac{Y_3 Y_5}{Y_4} V_1 \\
 V_2 &= V_1 \left( 1 - \frac{Y_3 Y_5}{Y_2 Y_4} \right) \\
 I_1 &= \frac{Y_1 Y_3 Y_5}{Y_2 Y_4} V_1
 \end{aligned}
 \tag{A2.80}$$

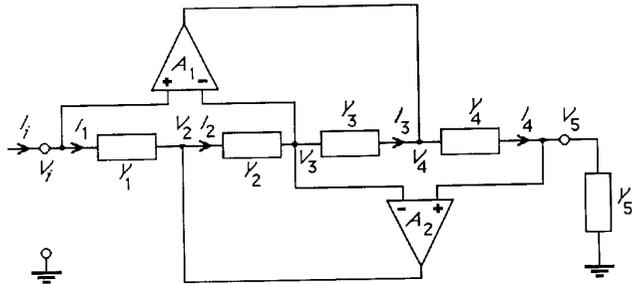


Figura A2.18: Estructura general de un convertidor de inmitancias de Antoniou.

Por tanto, la impedancia del GIC es:

$$Z_{in}(s) = \frac{Z_1(s)Z_3(s)Z_5(s)}{Z_2(s)Z_4(s)}
 \tag{A2.81}$$

Para  $Z_2=1/sC$  y  $Z_1=Z_3=Z_4=Z_5=R$  conduce a  $Z_{in}=sL=sCR^2$ , el circuito resultante se denomina GIC de tipo I y se muestra en la Fig. 19a. Pero también se obtiene comportamiento inductivo si se intercambia  $Z_2$  y  $Z_4$ , es decir,  $Z_4=1/sC$  y  $Z_1=Z_2=Z_3=Z_5=R$ . Este último se denomina GIC de tipo II y se muestra también en la Fig. 19b.

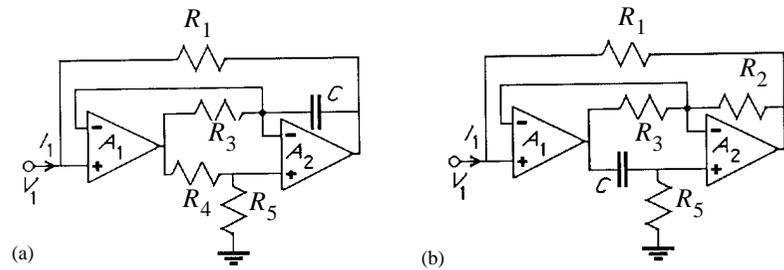


Figura A2.19: Convertidores generales de impedancia de Antoniou: (a) tipo I; (b) tipo II.

**Ejercicio**

A2.17.- El GIC de tipo I de la Fig. 19a simula la impedancia de un inductor conectado a tierra. Diseñar dicho circuito para maximizar el factor de calidad del inductor y minimizar las desviaciones que se producen respecto al valor nominal del inductor cuando se consideran modelos no ideales de los amplificadores operacionales.

**Solución detallada**

El análisis del circuito de la Fig. 18 considerando una ganancia genérica  $A(s)$  para los A.O. conduce a la siguiente expresión para la admitancia de entrada:

$$Y_{in}(s) = \frac{Y_1 Y_3 Y_5}{Y_2 Y_4} \frac{1 + \frac{1}{A_2} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 Y_3} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_2}{Y_3} \right) \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right)}{1 + \frac{1}{A_1} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_2 Y_2} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_3}{Y_2} \right) \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right)}
 \tag{A2.82}$$

Vamos a utilizar el modelo de un polo:

$$A(s) = \frac{GB}{s}
 \tag{A2.83}$$

y sustituimos los valores de las admitancias para el GIC de tipo I:

$$\begin{aligned} Y_1 &= G_1 & Y_2 &= sC_2 & Y_3 &= G_3 \\ Y_4 &= G_4 & Y_5 &= G_5 \end{aligned} \quad (\text{A2.84})$$

resulta que la admitancia del inductor simulado es:

$$Y_L = \frac{1}{sL_o} \left[ \frac{1 + \frac{s}{GB_2} \frac{H}{H-1} + \frac{s^2}{GB_1} \frac{C_2}{G_3} \frac{H}{H-1}}{1 + \frac{s}{GB_1} H + \frac{1}{GB_2} \frac{G_3}{C_2} H} \right] \quad (\text{A2.85})$$

donde hemos despreciado los términos de segundo orden porque suponemos que  $\omega^2 \ll GB_1 GB_2$  y

$$L_o = \frac{C_2 G_4}{G_1 G_3 G_5} \quad (\text{A2.86})$$

es el valor del inductor nominal y

$$H = 1 + \frac{G_5}{G_4} \quad (\text{A2.87})$$

Haciendo  $s=j\omega$ :

$$Y_L \cong \frac{1}{j\omega L_o} \left[ \frac{1 + \frac{H}{H-1} \left( \frac{j\omega}{GB_2} - \frac{\omega^2 C_2}{GB_1 G_3} \right)}{1 + H \left( \frac{j\omega}{GB_1} + \frac{G_3}{GB_2 C_2} \right)} \right] \quad (\text{A2.88})$$

Si  $x \ll 1$  se puede hacer la aproximación:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1-x \quad (\text{A2.89})$$

por lo que considerando:

$$x = H \left( \frac{j\omega}{GB_1} + \frac{G_3}{GB_2 C_2} \right) \quad (\text{A2.90})$$

se obtiene:

$$Y_L \cong \frac{1}{j\omega L_o} \left( 1 - \frac{H}{H-1} \frac{\omega^2 C_2}{GB_1 G_3} + \frac{H}{H-1} \frac{j\omega}{GB_2} \right) \left( 1 - H \frac{j\omega}{GB_1} - H \frac{G_3}{GB_2 C_2} \right) \quad (\text{A2.91})$$

Haciendo el producto y haciendo la misma aproximación anterior de eliminar los términos de segundo orden:

$$\begin{aligned} Y_L &\cong \frac{1}{j\omega L_o} \left( 1 - \frac{H}{H-1} \frac{\omega^2 C_2}{GB_1 G_3} - H \frac{G_3}{GB_2 C_2} \right) - \frac{1}{L_o} \left( \frac{H}{GB_1} - \frac{H}{H-1} \frac{1}{GB_2} \right) = \\ &= \frac{1}{j\omega L} + G_L \end{aligned} \quad (\text{A2.92})$$

Al considerar un modelo de un polo para los A.O. el inductor simulado tiene pérdidas (reflejadas en la conductancia en paralelo  $G_L$ ) y el inductor tiene un cierto error.

La conductancia  $G_L$  se puede anular haciendo:

$$\frac{H}{GB_1} - \frac{H}{H-1} \frac{1}{GB_2} = 0 \quad (\text{A2.93})$$

Es decir,

$$H-1 = \frac{GB_1}{GB_2} \cong 1 \quad (\text{A2.94})$$

luego

$$\frac{G_5}{G_4} = 1 \quad (\text{A2.95})$$

y por tanto  $H=2$ .

Para minimizar el error del inductor hay que minimizar:

$$\frac{\omega^2 C_2}{GB_1 G_3} + \frac{G_3}{GB_2 C_2} \quad (\text{A2.96})$$

Si suponemos que  $GB_1=GB_2$  hay que minimizar:

$$\frac{\omega^2 C_2}{G_3} + \frac{G_3}{C_2} \quad (\text{A2.97})$$

o bien:

$$\frac{\omega C_2}{G_3} + \frac{G_3}{C_2 \omega} \quad (\text{A2.98})$$

Esto se minimiza para:

$$\frac{\omega C_2}{G_3} = 1 \quad (\text{A2.99})$$

por lo que:

$$C_2 = \frac{1}{\omega R_3} \quad (\text{A2.100})$$

Nótese que es una función de la frecuencia por lo que para obtener valores de los elementos habrá que considerar una frecuencia concreta y será a esa frecuencia a la que se produce la mayor minimización de los errores. Por tanto, esa frecuencia habrá de ser elegida de manera inteligente en cada caso.

-----

### Ejercicio

A2.18.- El GIC de tipo II de la Fig. 19b simula la impedancia de un inductor conectado a tierra. Diseñar dicho circuito para maximizar el factor

de calidad del inductor y minimizar las desviaciones que se producen respecto al valor nominal del inductor cuando se consideran modelos no ideales de los amplificadores operacionales.

### Solución detallada

El análisis del circuito de la Fig. 18 considerando una ganancia genérica  $A(s)$  para los A.O. conduce a la siguiente expresión para la admitancia de entrada:

$$Y_{in}(s) = \frac{Y_1 Y_3 Y_5 \left( 1 + \frac{1}{A_2} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 Y_3} \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_2}{Y_3} \right) \left( 1 + \frac{Y_4}{Y_5} \right) \right)}{Y_2 Y_4 \left( 1 + \frac{1}{A_1} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_2 Y_2} \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) + \frac{1}{A_1 A_2} \left( 1 + \frac{Y_3}{Y_2} \right) \left( 1 + \frac{Y_5}{Y_4} \right) \right)} \quad (\text{A2.101})$$

Vamos a utilizar el modelo de un polo:

$$A(s) = \frac{GB}{s} \quad (\text{A2.102})$$

y sustituimos los valores de las admitancias:

$$\begin{aligned} Y_1 &= G_1 & Y_2 &= G_2 & Y_3 &= G_3 \\ Y_4 &= sC_4 & Y_5 &= G_5 \end{aligned} \quad (\text{A2.103})$$

El inductor realizado tenía como valor:

$$L_0 = \frac{G_2 C_4}{G_1 G_3 G_5} \quad (\text{A2.104})$$

y la admitancia despreciando los factores de segundo orden:

$$Y_L(s) \cong \frac{1}{sL_0} \frac{1 + s \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) + s^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right)}{1 + \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) + s \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right)} \quad (\text{A2.105})$$

Haciendo  $s = j\omega$ :

$$Y_L(j\omega) \cong \frac{1}{j\omega L_0} \frac{1 + j\omega \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right)}{1 + \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) + j\omega \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right)} \quad (\text{A2.106})$$

Si  $x \ll 1$  se puede hacer la aproximación:

$$\frac{1}{1+x} \cong 1-x \quad (\text{A2.107})$$

por lo que considerando:

$$x = \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) + j\omega \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) \quad (\text{A2.108})$$

por lo que aplicándolo a (106) se obtiene:

$$\begin{aligned} Y_L(j\omega) &\cong \frac{1}{j\omega L_0} \left[ 1 - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) + j\omega \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) \right] \\ &\quad \left[ 1 - \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) - j\omega \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) \right] = \\ &\quad (\text{A2.109}) \\ &= \frac{1}{j\omega L_0} \left[ 1 - \omega^2 \frac{C_4}{G_5} \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) - \frac{G_5}{C_4} \left( \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} \right) \right] - \\ &\quad - \frac{1}{L_0} \left[ \frac{1}{GB_1} + \frac{G_3}{G_2 GB_2} - \left( \frac{1}{GB_2} + \frac{G_2}{G_3 GB_1} \right) \right] \end{aligned}$$

Las pérdidas se anulan si hacemos  $R_2 = R_3$ . La desviación del valor del inductor se minimiza cuando se hace mínimo

$$\frac{\omega C_4}{G_5} + \frac{G_5}{\omega C_4} \quad (\text{A2.110})$$

que es mínimo para

$$G_5 = \omega C_4 \quad (\text{A2.111})$$

Obviamente esto es función de la frecuencia por lo que sólo se puede igualar para un valor concreto, por lo que se escoge una frecuencia adecuada  $\omega_c$ .

## A2.6 Diseño de funciones básicas usando amplificadores de transconductancia

A continuación veremos bloques básicos activos contruidos con OTAs. Estos bloques contienen únicamente OTAs y condensadores. En general, es

suficiente con estos dos elementos y los circuitos resultantes son fáciles de integrar.

El circuito de la Fig. 20 se utiliza para simular una resistencia a tierra. El análisis de esta estructura con un modelo ideal para el OTA es:

$$I_1 = g_m(V_1 - 0) \tag{A2.112}$$

por lo que el valor de la resistencia simulada es:

$$R_{in} = \frac{1}{g_m} \tag{A2.113}$$

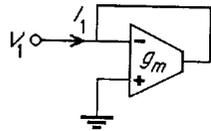


Figura A2.20: Simulación de resistencia a tierra.

Si se intercambian los terminales de entrada se obtiene  $-g_m$  en lugar de  $g_m$  por lo que pueden implementarse también resistencias negativas.

Para simular una resistencia flotante la intensidad  $I_1$  debe fluir a través del segundo terminal. El resultado es el circuito de la Fig. 21. Por simple análisis se obtiene:

$$I_1 = g_{m1}(V_1 - V_2) \quad I_2 = g_{m2}(V_1 - V_2) \tag{A2.114}$$

Si los OTAs están apareados  $g_{m1}=g_{m2}=g_m$  por lo que tenemos una resistencia flotante de valor  $R=1/g_m$ .

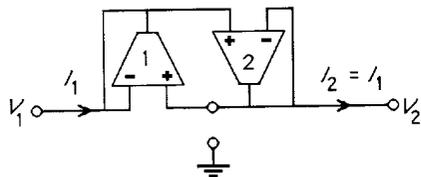


Figura A2.21: Simulación de resistencia flotante.

Para implementar sumadores con OTAs se necesita un OTA por cada señal a sumar como se muestra con el circuito de la Fig. 22. La intensidad  $I_s$ , suma de la que circula por todos los OTAs se transforma en la tensión de salida mediante una resistencia simulada a tierra. Para el circuito de la Fig. 22 se han sumado dos señales escaladas:

$$V_s = \frac{g_{m1}}{g_{ms}}V_1 + \frac{g_{m2}}{g_{ms}}V_2 \tag{A2.115}$$

La extensión a más de dos señales es obvia. Intercambiando simplemente los terminales de entrada de cualquier OTA se obtiene la diferencia de dos señales.

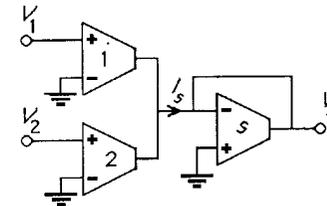


Figura A2.22: Sumador  $g_m$ -C.

La Fig. 23 muestra un integrador con pérdidas que implementa la siguiente función:

$$V_o = \frac{g_{m3}}{sC + g_{m4}}(V_i^+ - V_i^-) \tag{A2.116}$$

Si los OTAs son ideales el integrador puede hacerse sin pérdidas eliminando  $g_{m4}$ . Si  $V_s$  del sumador de la Fig. 22 se conecta al terminal + o - del integrador y se conecta a tierra el otro se tendrá un integrador sumador inversor o no inversor.

Para simular inductores se pueden utilizar giradores. Se pueden construir muy fácilmente giradores utilizando OTAs como se indica en la Fig. 24, donde además del girador se ha colocado un condensador  $C$  en la

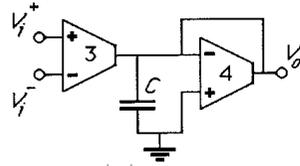


Figura A2.23: Integrador diferencial gm-C con pérdidas.

segunda puerta para simular la impedancia del inductor. El análisis de este circuito proporciona:

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} V_1 \quad I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} V_1 \quad (A2.117)$$

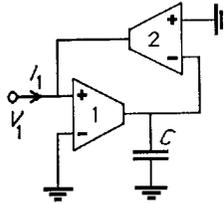


Figura A2.24: Simulación gm-C de un inductor a tierra.

Por tanto, la impedancia de entrada corresponde a la de un inductor controlable variando gm:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = s \frac{C}{g_{m1} g_{m2}} \quad (A2.118)$$

La simulación de inductores flotantes es muy fácil con la conocida estructura de dos giradores. Sin embargo, podemos ahorrar el uso de un OTA sin más que tener en cuenta que solo necesitamos un circuito que proporcione  $I_2=I_1$  en el segundo terminal. Esto se realiza con el circuito de la Fig. 25. El análisis de este circuito es:

$$V_C = \frac{g_{m1}}{sC} (V_1 - V_2)$$

$$I_1 = g_{m2} V_C = \frac{g_{m1} g_{m2}}{sC} (V_1 - V_2) \quad (A2.119)$$

$$I_2 = g_{m3} V_C = \frac{g_{m1} g_{m3}}{sC} (V_1 - V_2)$$

Si los OTAs están apareados  $g_{m2}=g_{m3}=g_m$  se simula un inductor de valor:

$$L = \frac{C}{g_m g_{m1}} \quad (A2.120)$$

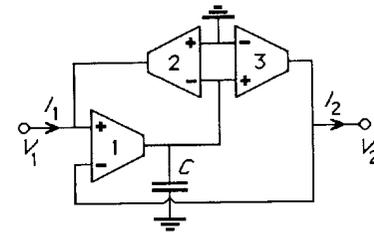


Figura A2.25: Simulación gm-C de un inductor flotante.

### A.7 Desarrollo de un GIC tipo I

La simulación de inductores con A.O. puede realizarse utilizando la configuración general de la Fig. 26. Supongamos que la bipuerta tiene impedancia de entrada infinita y nula de salida. Del análisis de la bipuerta se obtiene que:

$$I_1 = G(V_1 - V_2) \quad (A2.121)$$

y queremos que se comporte como un inductor:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = sL \quad (A2.122)$$

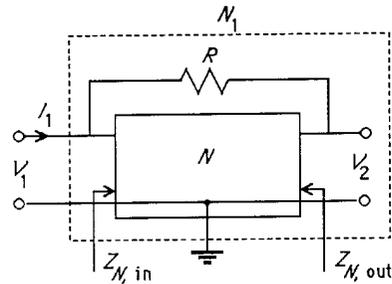


Figura A2.26: Circuito genérico de simulación de inductancias.

Por tanto, se debe construir una bipuerta tal que

$$\frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{sL} = G \left( 1 - \frac{V_2}{V_1} \right) \tag{A2.123}$$

Es decir,

$$\frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{R}{sL} \tag{A2.124}$$

Un circuito muy utilizado para simulación de inductores implementa la diferencia de la ecuación (124) utilizando directamente un integrador Miller, eliminando la conexión a tierra del terminal no inversor para hacer uso de la entrada diferencial del A.O. El circuito, mostrado en la Fig. 27, tiene como función de transferencia:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V^+}{V} - \frac{1}{sCR} \left( 1 - \frac{V^+}{V} \right) \tag{A2.125}$$

Si hacemos  $V^+/V=1/2$  obtendremos la función de transferencia en la forma de la ecuación (124). Para ello se hace un divisor de tensión con dos resistencias:

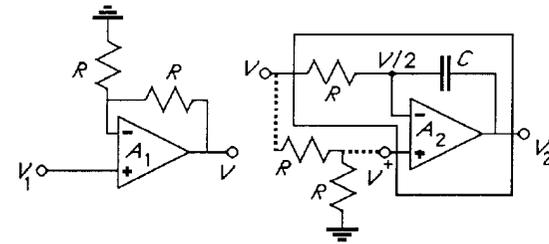


Figura A2.27: Ilustrando el desarrollo del simulador de inductancias de Antoniou.

$$\frac{V_2}{V} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{sCR} \right) \tag{A2.126}$$

Finalmente para eliminar el factor 1/2 es necesario multiplicar por una función de transferencia de valor 2, un amplificador no inversor como se muestra en la Fig. 28. Se puede ahorrar el uso de las dos resistencias mediante la conexión del terminal inversor del A.O. al nodo V/2. El circuito resultante es un tipo (tipo I) de los convertidores generales de impedancia de Antoniou (GIC), que se muestra en la Fig. 19.

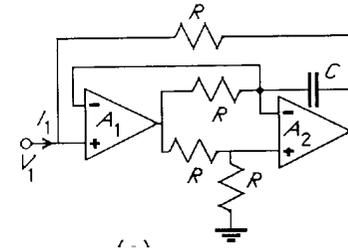


Figura A2.28: Convertidores generales de impedancia de Antoniou tipo I.